-۱

$\log_n^m = a \longrightarrow m = n^a$

$\log_{(n^a)\times n}^{(n^a)^۲\times n} = b \Rightarrow \frac{۲a+۱}{a+۱}\cancel{\log_n^n}^{۱} = b \rightarrow \frac{۲a+۱}{a+۱} = b \xrightarrow{\text{تفکیک}} \underbrace{۱+\overset{\text{کوچکتر از یک}}{\frac{a}{a+۱}}}_{۱,\dots} = b \Rightarrow [b] = ۱$

-۲

الف) $\dfrac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^x} \geqslant ۰$

$x > ۰$

$\log_{\frac{۱}{۲}}^x = ۰ \rightarrow x = ۱$

$-\infty$		۰		۱		$+\infty$
	$-$	۰	$+$	⊄	$-$	

$\Rightarrow D_f = (۰, ۱)$

ب) $x^۲ - x - ۲ > ۰ \longrightarrow$

$-\infty$		-۱		۲		$+\infty$
	$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$\rightarrow (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

$x^۲ - ۱ \geqslant ۰ \longrightarrow$

$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
	$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$\rightarrow (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$

$\xrightarrow{\cap} (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

-۳

$\underbrace{۲\log_۹^a}_{\log_۳^a} + \log_a^۳ = ۲ \Rightarrow \log_۳^a + \frac{۱}{\log_۳^a} = ۲ \xrightarrow[\times t]{\log_۳^a = t} t^۲ - ۲t + ۱ = ۰ \longrightarrow ۱ = t \rightarrow$

$\log_۳^a = ۱ \rightarrow a = ۳^۱$

-۴

$\log ۵ = \log \frac{۱۰}{۲} = \underbrace{\log ۱۰}_{۱} - \underbrace{\log ۲}_{۰,۳} = ۰,۷$

$(\underbrace{\log ۵ - \log ۳}_{۰,۷-۰,۴=۰,۳})x^۲ + (\underbrace{۲\log ۳}_{۰,۸})x - (\underbrace{\log ۵ + \log ۳}_{۰,۷+۰,۴=۱,۱}) = ۰ \xrightarrow{\div ۰,۱} ۳x^۲ + ۸x - ۱۱ = ۰$

$۱ \qquad -\frac{۱۱}{۳}$

تفاضل $= ۱ - (-\frac{۱۱}{۳}) = \frac{۱۴}{۳}$

-۵

$\log_{۱۴}^{۱۰} = \dfrac{\log_۲^{۱۰}}{\log_۲^{۱۴}} = \dfrac{\log_۲^۵ + \log_۲^۲}{\log_۲^۷ + \log_۲^۲} = \dfrac{۲+۱}{۲,۸+۱} = \dfrac{۳}{۳,۸} = \dfrac{۳۰}{۳۸}$

$\log_۲^۵ = \dfrac{۱}{\log_۵^۲} = ۲$

-۶

$\log_{۱۵}^۶ = \dfrac{\log_۳^۶}{\log_۳^{۱۵}} = \dfrac{\log_۳^۳ + \log_۳^۲}{\log_۳^۵ + \log_۳^۳} = \dfrac{۱+\frac{۱۰}{۱۴}}{۱+\frac{۱۵}{۱۰}} = \dfrac{\frac{۲۴}{۱۴}}{\frac{۲۵}{۱۰}} = \dfrac{۱۳}{۲۵}$

$\log_۳^۲ = \dfrac{۱}{\log_۲^۳} = \dfrac{۱۰}{۱۴}$

$$\log_{۸}^{۱۸} = \frac{\log_{۴}^{۱۸}}{\log_{۴}^{۸}} = \frac{\log_{۴}^{۳}+\log_{۴}^{۶}}{\frac{۳}{۲}\log_{۲}^{۲}} = m \Rightarrow ۲\log_{۴}^{۳} + \overset{\frac{۱}{۲}}{\log_{۴}^{۲}} = \frac{۳}{۲}m \to \log_{۴}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۴}$$ ۷-

$$\log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۳}+\log_{۴}^{۴} = \frac{۳m-۱}{۴}+۱ = \frac{۳(m+۱)}{۴}$$

$$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^{۲}} \longrightarrow \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۱-۲x} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^{۲}} \Rightarrow ۳x^{۲}+۲x-۱=۰ \begin{cases} x=-۱ & \text{غ‌ق‌ق} \\ x=\frac{۱}{۳} \end{cases}$$ ۸-

$$\frac{۱۲۵}{۸} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳}$$

$$\log_{۸}^{(۹\times\frac{۱}{۳}+۱)} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$$

$$\log_{\underset{۲^{۳}}{۸}}^{b} = \frac{۲}{۳}\Big(\underbrace{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}}_{\log_{۲}^{۶}}\Big) \Rightarrow b = (۲^{۳})^{\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶}} = ۲^{۲\log_{۲}^{۶}} \xrightarrow{\text{change}} ۶^{۲\log_{۲}^{۲}} = ۳۶$$ ۹-

$$\log(۳\times۳۶-۸) = \log۱۰۰ = \boxed{۲}$$

$$۲a = b+c \longrightarrow \frac{c}{a} = ۲-\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = ۲-\frac{۴}{\log_{۱۰}^{۴}} = \frac{۲\log۴-۴}{\log_{۱۰}^{۴}}$$ ۱۰-

$$\frac{-b}{-۴a} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۴a}{b} = \log_{۱۰}^{۴} \longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{۴}{\log۴}$$

$$(۲)^{-\frac{۱}{۸}\times\frac{۲\log۴-۴}{\log_{۱۰}^{۴}}} = (۲)^{\frac{۲-\log۴}{۴\log۴}} \xrightarrow{۲=\log_{۱۰}^{۱۰۰}} ۲^{\frac{\log_{۱۰}^{\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵}}{۴\log_{۱۰}^{۴}}} = \left(۲^{\frac{۱}{۴}}\right)^{\log_{۴}^{۲۵}} \longrightarrow \left(۲^{\frac{۱}{۴}}\right)^{\log_{۲}^{۵}}$$

$$\Rightarrow \left(۲^{\log_{۲}^{۵}}\right)^{\frac{۱}{۴}} \xrightarrow{\text{change}} \left(۵^{\log_{۲}^{۲}}\right)^{\frac{۱}{۴}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$$