نام و نام خانوادگی: آیلین عضمیری تکلیف: ۲۳ کلاس: نحیبه یازدهم دختر

۱

$\log_n m = a$

$\log_{mn} m^2 n = b \rightarrow \log_{mn} m^2 n = \dfrac{\log_n m^2 n}{\log_n mn} = \dfrac{\log_n m^2 + \log_n n}{\log_n m + \log_n n} = \dfrac{2a+1}{a+1} = b = \dfrac{a+a+1}{a+1} = \dfrac{a}{a+1} + 1 = b$

$[b] = ?$

$\rightarrow [b] = \left[\dfrac{a}{a+1}\right] + 1 = 1$

۲

الف) $\sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \rightarrow$ ① $x > 0$ ② $\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \rightarrow x \in [0,1)$ ①∩② $\rightarrow \boxed{D_f : (0,1)}$

ب) $\dfrac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

① $x^2-x-2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0 \rightarrow x \in (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$

② $x^2-1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow x \geq 1$, $x \leq -1$

①∩② $\rightarrow x \in \boxed{(-\infty,-1) \cup (2,+\infty) : D_f}$

۳

$2\log_x a + \log_a 3x = 2 \rightarrow 2\log_x a + \frac{1}{2}\log_a x = 2\log_x a + \dfrac{1}{2\log_x a} = 2$

$\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$

$x = 9$

$a = ?$

$\rightarrow 2\log_x a = 1 \rightarrow 2\log_9 a = 1 \rightarrow \log_9 a = \frac{1}{2} \rightarrow a = (9)^{\frac{1}{2}} = 3$

۴

$\log 2 = 0/3$

$\log 3 = 0/4$

$\log \frac{10}{5} = 0/3$

$1 - \log 5 = 0/3 \rightarrow \log 5 = 0/7$

$(\log \frac{5}{3}) x^2 + (\log 9) x - \log 15 = 0$

$(\log 5 - \log 3) x^2 + (2\log 3) x - (\log 3 + \log 5) = 0$

$(0/7 - 0/4) x^2 + 0/8 x - (0/4 + 0/7) = 0$

$0/3 x^2 + 0/8 x - 1/1 = 0$

$3x^2 + 8x - 11 = 0 \rightarrow x^2 + 8x - 33 = 0$

$(x+11)(x - \frac{3}{3})$

$(3x+11)(x-1)$

$x = 1, \frac{-11}{3}$

اختلاف: $1 + \frac{11}{3} = \frac{14}{3}$

۵

$\log_7 2 = 2/8$

$\log_5 2 = 0/5$

$\log_{14} 10 = ?$

$\log_{14} 10 = \dfrac{\log_5 10}{\log_5 14} = \dfrac{\log_5 2 + 1}{\log_5 2 + \log_5 7} = \dfrac{1/5}{0/5 + \log_5 7} \rightsquigarrow \log_5 7 = \dfrac{\log_2 7}{\log_2 5} = \dfrac{2/8}{\frac{1}{\log_5 2}=2} = 1/4$

$= \dfrac{1/5}{0/5 + 1/4} = \dfrac{1/5}{1/9} = \dfrac{15}{19}$

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵$

$\log_{۲}^{۳} = ۱/۶$

$\log_{۱۵}^{۶} = ?$

$$\log_{۱۵}^{۶} = \log_{۱۵}^{۲} + \log_{۱۵}^{۳} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۱۵}} + \frac{۱}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{۱}{\underbrace{\log_{۲}^{۳}}_{۱/۶} + \log_{۲}^{۵}} + \frac{۱}{\underbrace{\log_{۳}^{۵}}_{۱/۵} + ۱}$$ ۶

$$\rightsquigarrow \log_{۲}^{۵} = \frac{\log_{۳}^{۵} \rightarrow ۱/۵}{\log_{۳}^{۲}} = ۲/۴ , \quad \log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = \frac{۱}{۱/۶} = \frac{۵}{۸}$$

$$= \frac{۱}{۱/۶ + ۲/۴} + \frac{۱}{۱/۵ + ۱} = \frac{۱}{۴} + \frac{۲}{۵} = \frac{۱۳}{۲۰}$$

$\log_{۸}^{۱۸} = m \rightarrow$

$$\log_{۸}^{\overset{۹\times۲}{۱۸}} = \underbrace{\log_{۸}^{۹}}_{\log_{۲^۳}^{۳^۲}} + \log_{۸}^{۲} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} + \frac{۱}{۳} = m \rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{m - \frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{\frac{۳m-۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳m-۱}{۲}$$

$\log_{۴}^{۱۲} = ?$

$$\log_{۴}^{\overset{۴\times۳}{۱۲}} = ۱ + \log_{۲^۲}^{۳} = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۱ + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۳m-۱+۴}{۴}$$ ۷

$$= \boxed{\frac{۳m+۳}{۴}}$$

$$(۰/۴)^{۲x-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} \rightarrow \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} = \left(\frac{۸}{۱۲۵}\right)^{-x^۲} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳x^۲} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} \rightarrow ۲x-۱ = -۳x^۲$$

$۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰$

$a + c = b \rightarrow x = -۱$ غ ق ق ($۹x+۱>۰$)

$x = \frac{۱}{۳}$ ۸

$$\log_{۸}^{۹x+۱} \xrightarrow{x = \frac{۱}{۳}} \log_{۸}^{۴} = a \rightarrow ۴ = ۸^a$$

$$۲^۲ = ۲^{۳a} \rightarrow ۲ = ۳a \rightarrow \boxed{a = \frac{۲}{۳}}$$

$\log_{۲}^{۳} = a$

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(a+۱)$

$$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۳} + \cancel{۱}) = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۶}) \rightsquigarrow \log_{۸}^{b} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b}$$

$$\rightsquigarrow \cancel{\frac{۱}{۳}}\log_{۲}^{b} = \cancel{\frac{۲}{۳}}\log_{۲}^{۶} \rightarrow \log_{۲}^{b} = ۲\log_{۲}^{۶} = \log_{۲}^{۳۶}$$

$b = ۳۶$ ۹

$\log(۳b-۸) = ? \xrightarrow{b=۳۶} \log^{۱۰۰} = ۲$

$$-۴ax^۲ + bx + \frac{c}{۲} = ۰ \rightarrow \log_{۱۰}^{۴} = \frac{۱}{\alpha+\beta} = \frac{۱}{\log_{۴}^{۱۰}} \rightarrow \alpha+\beta = \log_{۴}^{۱۰} \quad \alpha\beta = \frac{\frac{c}{۲}}{-۴a} = \frac{-c}{۸a}$$

راه ۱ :

$a = \frac{b+c}{۲}$

$$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = ? \rightarrow \left(\frac{۱}{۲^{\frac{۱}{۸}}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\frac{۲^۰}{۲^{\frac{۱}{۸}}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{+\frac{c}{a}} = ۲^{\overset{\alpha\beta}{\frac{-c}{۸a}}} = ۲^{\alpha\beta} = ?$$ ۱۰

$$\xrightarrow{\text{از طرفی}} \alpha+\beta = \log_{۴}^{۱۰} = \log_{۴}^{۲} + \log_{۴}^{۵} = \frac{۱}{۲} + \log_{۴}^{۵} \rightarrow \alpha\beta = \left(\frac{۱}{۲}\right)(\log_{۴}^{۵})$$

$$\rightarrow ۲^{\alpha\beta} = ۲^{\frac{\log_{۴}^{۵}}{۲}} = \left(۲^{\frac{۱}{۲}}\right)^{\log_{۴}^{۵}} = (\sqrt{۲})^{\log_{۴}^{۵}} = (۵)^{\log_{۴}^{\sqrt{۲}}} = (۵)^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$$

$$\log_{۱۰}^{۴} = \frac{۱}{\alpha+\beta} = \frac{۱}{\frac{-b}{-۴a}} = \frac{۴a}{b} , \log_{۱۰}^{۴}$$

راه ۲ :

$$b = \frac{۴a}{\log_{۱۰}^{۴}}$$

$$۲a = b + c \rightarrow c = ۲a - b = ۲a - \frac{۴a}{\log_{۱۰}^{۴}} = a\left(۲ - \frac{۴}{\log_{۱۰}^{۴}}\right) = c$$

$$\frac{c}{a} = ۲ - \frac{۴}{\log_{۱۰}^{۴}}$$

$$\rightarrow \left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = ۲^{\frac{-c}{۸a}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{۲ - \frac{۴}{\log_{۱۰}^{۴}}}$$

$$= ۲^{-\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲\log_{۱۰}^{۴}}} = \frac{\cancel{(\frac{۱}{۲})^{\frac{۱}{۴}}}}{۲^{-\frac{۱}{۴}}} \times ۲^{\frac{۱}{۲\log_{۱۰}^{۴}}} = ۲^{-\frac{۱}{۴}} \times (\sqrt{۲})^{\log_{۴}^{۱۰}} = \sqrt[۴]{۵}$$