به نام خداوند دانش

عرشیا جابقدری

۲۰

①

$\log_{n}^{m}=a \quad \log_{mn}^{m^2n}=b \quad a>0 \quad [b]=?$

$\log_{m}^{n}=\frac{1}{a}$

$\log_{mn}^{m^2n}=\log_{mn}^{m^2}+\log_{mn}^{n}=2\log_{mn}^{m}+\log_{mn}^{n}=\frac{2a}{a+1}+\frac{1}{a+1}$

۶

$\log_{mn}^{n}=\frac{1}{\log_{n}^{mn}}=\frac{1}{\log_{n}^{m}+\log_{n}^{n}}=\frac{1}{a+1}$

$=\frac{2a+1}{a+1}=1+\underbrace{\frac{a}{a+1}}_{\text{کوچکتر از واحد}}=b$

$\log_{mn}^{m}=\frac{1}{\log_{m}^{mn}}=\frac{1}{\log_{m}^{m}+\log_{m}^{n}}=\frac{1}{1+\frac{1}{a}}=\frac{1}{\frac{a+1}{a}}=\frac{a}{a+1}$

$\Rightarrow [b]=\left[1+\frac{a}{a+1}\right]=1$

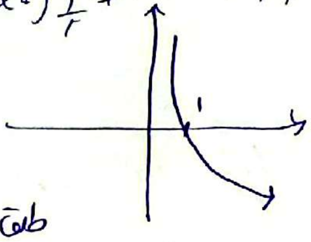
---

②

الف) $y=\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}}$ $\quad$ به خاطر $\log$ $\quad x>0$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x}\neq 0 \Rightarrow x\neq 1$

$\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}\geq 0$



$D_f=(0,1)$

به خاطر دامنه ی $\log$ x بزرگتر از صفر است در نتیجه مخرج نیز باید مثبت باشد $\Rightarrow$ طبق نمودار در بازه ی $(0,1)$ نمودار ⊕ می شود

۶

ب) $y=\frac{\log_{x}^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $\quad$ به خاطر $\log$ $\quad x^2-x-2>0=(x-2)(x+1)>0$

① $x^2-1\geq 0=(x+1)(x-1)\geq 0$

-1		1	
$+$	$-$		$+$

②

-1		2	
$+$	$-$		$+$

$\cap$

$D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

③ $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-1}\neq -1$

همواره برقرار است

---

③

$2\log_{x}^{a}+\log_{a}^{\sqrt{x}}=2 \quad x=9 \quad a=?$

$\log_{x}^{a}=t \quad \frac{1}{\log_{x}^{a}}=\log_{a}^{x}=\frac{1}{t}$

$\log_{a}^{\sqrt{x}}=\frac{1}{2}\log_{a}^{x}=\frac{1}{2t}$

$2t+\frac{1}{2t}=2 \Rightarrow \frac{4t^2+1}{2t}=2 \Rightarrow 4t^2-4t+1=0$

$t^2-4t+4=(t-2)^2=0$

$t=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\log_{x}^{a}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \log_{9}^{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{9}=\boxed{3=a}$

÷۴

۸

به نام خداوند

④

$\log ۲ = ۰/۳ \quad \log ۳ = ۰/۴$

$(\log\frac{۵}{۳})x^۲ + (\log ۹)x - \log ۱۵ = ۰$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\log ۹)^۲ - ۴\times(\log\frac{۵}{۳})(-\log ۱۵)}}{|\log\frac{۵}{۳}|} = \frac{\sqrt{(۰/۸)^۲ + ۴\times ۰/۳\times ۱/۱}}{۰/۳} = \frac{\sqrt{۰/۶۴ + ۱/۳۲}}{۰/۳}$$

۲

$$= \frac{\sqrt{۱/۹۶}}{۰/۳} = \frac{۱/۴}{۰/۳} = \boxed{\frac{۱۴}{۳}}$$

$\log_{۱۰}^{۹} = ۲\log_{۱۰}^{۳} = ۲\times ۰/۴ = \boxed{۰/۸}$

$\log\frac{۵}{۳} = \log^{۵} - \log^{۳} = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$

$\log^{۵} = \log\frac{۱۰}{۲} = \log^{۱۰} - \log^{۲} = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$

$\log^{۱۵} = \log^{۵\times ۳} = \log^{۵} + \log^{۳} = ۰/۷ + ۰/۴ = ۱/۱$

---

⑤

$\log_{۲}^{۷} = ۲/۸ \quad \log_{۵}^{۲} = ۰/۵ \quad \log_{۱۴}^{۱۰} = \frac{۱}{\log_{۱۰}^{۱۴}} = \frac{۱}{\log_{۱۰}^{۲} + \log_{۱۰}^{۷}} = \frac{۱}{\frac{\overset{۵}{\cancel{۱}}}{\underset{۵}{\cancel{۳}}} + \frac{۱۴}{۱۵}}$

$= \frac{۱}{\frac{۱۹}{۱۵}} = \boxed{\frac{۱۵}{۱۹}}$

$\log_{۲}^{۵} = \frac{۱}{\log_{۵}^{۲}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲$

$\log_{۲}^{۱۰} = \underset{۲}{\log_{۲}^{۵}} + \underset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}} = ۳ \Rightarrow \log_{۱۰}^{۲} = \frac{۱}{۳}$

۲

$\log_{۱۰}^{۷} = \frac{\log_{۲}^{۷}}{\log_{۲}^{۱۰}} = \frac{۲/۸}{۳} = \frac{\frac{۲۸}{۱۰}}{۳} \Rightarrow \frac{۲۸}{۳۰} = \frac{۲۸}{۳۰} = \frac{۱۴}{۱۵}$

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵ \quad \log_{۲}^{۳} = ۱/۶ \qquad \log_{۱۵}^{۶} = \log_{۱۵}^{۲} + \log_{۱۵}^{۳} = \frac{\overset{۵}{۱}}{\underset{۲۰}{\cancel{۴}}} + \frac{\overset{۸}{۲}}{\underset{۲۰}{۵}} = \boxed{\frac{۱۳}{۲۰}}$ ⑥

$\longrightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{۱/۶} = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$

$\log_{۱۵}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۱۵}} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۵}} = \frac{۱}{۱/۶ + ۲/۴} = \frac{۱}{۴}$

۲

$\log_{۱۵}^{۳} = \frac{۱}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{۱}{\underset{۱/۵}{\log_{۳}^{۵}} + \cancel{\log_{۳}^{۳}}} = \frac{۱}{۲/۵} = \frac{۱۰}{۲۵} = \frac{۲}{۵}$

$\log_{۲}^{۵} = \frac{\log_{۳}^{۵}}{\log_{۳}^{۲}} = \frac{۱/۵}{\frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{\cancel{۱۵}^{۳}}{\cancel{۱۰}_{۵}}}{\frac{\cancel{۵}}{\cancel{۸}^{۴}}} \Rightarrow \frac{۱۲}{۵} = ۲/۴$

بنام خداوند دانش

⑦

$\log_{۸}^{۱۸}=m$ $\quad \log_{۴}^{۱۲}=\log_{۴}^{۳}+\underset{۱}{\cancel{\log_{۴}^{۴}}}=\frac{۳m-۱}{۴}+\frac{۴}{۴}=\frac{۳m+۳}{۴}$

$m=\log_{۸}^{۱۸}=\log_{۸}^{۳^۲\times۲}=۲\log_{۸}^{۳}+\frac{۱}{۳}\cancel{\log_{۲}^{۲}}$

$۲\log_{۸}^{۳}=m-\frac{۱}{۳}=\frac{۳m-۱}{۳}\Rightarrow\log_{۸}^{۳}=\frac{۳m-۱}{۶}$ ✓

$\log_{۸}^{۳}=\log_{۲^۳}^{۳}=\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۳}=\frac{۳m-۱}{۶}\Rightarrow\log_{۲}^{۳}=\frac{۳m-۱}{۲}$

$\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}=\log_{۴}^{۳}=\frac{۳m-۱}{۴}$

---

⑧

تعریف نشده

$(۰/۴)^{۲x-۱}=(\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲}$ $\quad \log_{۸}^{(۹x+۱)}=\cancel{\log_{۸}^{-۹+۱}}$ $\quad \underline{۱}\ \log_{۸}^{\frac{۱}{۳}\times۹+۱}$

$=\log_{۸}^{۴}=\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲}=\boxed{\frac{۲}{۳}}$

$(\frac{۲^۲}{۱۰})^{۲x-۱}=\frac{۲^{۴x-۲}}{۱۰^{۲x-۱}}=\frac{۵^{۳x^۲}}{۲^{۳x^۲}}$

$(\frac{۵^۳}{۲^۳})^{x^۲}\Rightarrow ۲^{۳x^۲+۴x-۲}=۲^{۲x-۱}\times۵^{۲x-۱}\times۵^{۳x^۲}$ ✓

$\Rightarrow ۲^{۳x^۲+۲x-۱}=۵^{۳x^۲+۲x-۱}\Rightarrow ۳x^۲+۲x-۱=۰$

$x^۲+۲x-۳=۰\quad(x+۳)(x-۱)=۰\quad\div۳$

$\frac{-۳}{۳}=-۱\quad\frac{۱}{۳}$

---

⑨

$\log_{۲}^{۳}=a$ $\quad \log_{۸}^{b}=\frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\quad \frac{۱}{۳}\underbrace{\log_{۲}^{۳}}_{a}=\log_{۸}^{۳}=\frac{۱}{۳}a$

$\log(۳b-۸)$

$\log_{۸}^{b}=\frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳})=\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲}+\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳}=\log_{۸}^{۴}+\log_{۸}^{۹}=\log_{۸}^{۳۶}$ ✓

$\boxed{b=۳۶}$

$\log(۳b-۸)=\log(۳\times۳۶-۸)=\log^{۱۰۸-۸}=\log^{۱۰۰}=\boxed{۲}$

---

⑩

$-۴ax^۲+bx+\frac{۱}{۲}c=۰$ $\quad \frac{a}{b}=\frac{۱}{۲}\log^{۲}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{۲}{\log^{۲}}$

$\frac{-b}{-۴a}=\frac{b}{۴a}\Rightarrow\frac{۴a}{b}=\log^{۴}$ $\quad (\frac{۱}{۲^{\frac{۱}{۸}}})^{\frac{c}{a}}=\frac{۱}{۲^{\frac{۱}{۸}\times\frac{c}{a}}}$ ✓ $۲^{-\frac{۱}{۸}(۲-\log_{۲}^{۱۰۰})}$

$=\frac{۲^{-\frac{۱}{۴}}}{۲^{-\frac{۱}{۸}\log_{۲}^{۱۰۰}}}$

$b+c=۲a\Rightarrow b=۲a-c$ $\quad \frac{۴a}{۲a-c}=\log^{۴}$

$\frac{۲^{-\frac{۱}{۴}}}{۱۰۰^{-\frac{۱}{۸}}}=(۰/۲)^{-\frac{۱}{۴}}=۵^{\frac{۱}{۴}}=\sqrt[۴]{۵}$

$\frac{c}{a}=\frac{۲a-b}{a}=۲-\frac{b}{a}=$

$۲-\frac{۲}{\log^{۲}}=۲-\log_{۲}^{۱۰۰}$