الیسا جلالی - تکلیف شماره ی ۲۳

۱-

$\log_x m = a \qquad m = x^a$

$\log_{x^{a+1}} x^{2a+1} = b \qquad b = \frac{2a+1+1-1}{a+1} = \frac{2(a+1)}{a+1} - \frac{1}{a+1} = 2 - \frac{1}{a+1} < 1 \rightarrow a > 0,\ a+1 > 1$

$b = \frac{2a+1}{a+1} \log_x x \qquad [b] = 1$

۲-

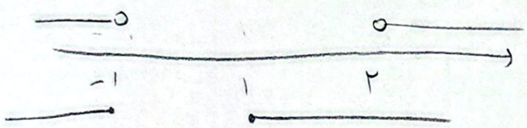
الف) $\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \qquad x > 0 \qquad \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \rightarrow > 0 \qquad \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \qquad x < 1$

$D = (0, 1)$

ب) $y = \frac{\log_2 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \qquad x^2-x-2 > 0 \qquad (x-2)(x+1) > 0$

-1		2
+	-	+

$x^2-1 \geq 0 \qquad x \geq 1,\ x \leq -1$



$D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۳-

$2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \qquad t + \frac{1}{t} = 2 \rightarrow t = 1 \qquad \log_3 a = 1 \qquad a = 3$

$\log_3 a = t$

۴-

$(\log 5 - \log 3)x^2 + (2\log 3)x - \log 3 - \log 5 = 0 \rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$

$\underbrace{\log 2}_{0.3} + \log 5 = \underbrace{\log 10}_{1} \rightarrow \log 5 = 0.7 \qquad 3x^2 + 8x - 11 = 0$

اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{64+132}}{3} = \frac{14}{3}$

۵-

$\log_5 2 \times \log_2 7 = \log_5 7 = 0.5 \times 2.8 = 1.4 \qquad \log_5 2 + \log_5 5 = \log_5 10 = 1.5$

$\log_5 7 + \log_5 2 = \log_5 14 = 1.4 + 0.5 = 1.9$

$\log_{14} 10 = \frac{\log_5 10}{\log_5 14} = \frac{1.5}{1.9} = \frac{15}{19}$

۶-

$\log_{15} 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 15} = \frac{\log_2 3 + \log_2 2}{\log_2 5 + \log_2 3}$

$\log_2 3 \times \log_3 5 = \log_2 5 = 1.6 \times \frac{3}{2} = 2.4$

$= \frac{1.6+1}{2.4+1.6} = \frac{2.6}{4} = \frac{26}{40} = \frac{13}{20}$

$\log_{۲}^{۱۸} = ۳m \qquad ۲\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۲} = ۳m \qquad \log_{۲}^{۳} = \dfrac{۳m-۱}{۲}$ —۷

$\log_{۴}^{۱۲} = \dfrac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \dfrac{۱}{۲}\left(\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}\right) = \dfrac{۱}{۲}\left(۲ + \dfrac{۳m-۱}{۲}\right) = \dfrac{۳m+۳}{۴}$

$\left(\dfrac{۵}{۲}\right)^{۱-۲x} = \left(\dfrac{۵}{۲}\right)^{۳x^{۲}} \qquad ۳x^{۲} = ۱-۲x \qquad ۳x^{۲}+۲x-۱=۰$ —۸

$x^{۲}+۲x-۳=۰ \qquad (x+۳)(x-۱)=۰ \quad \begin{cases} x=\dfrac{۱}{۳} \checkmark \\ x=-۱ \longrightarrow ۹x+۱<۰ \end{cases}$ غ ق

$\log_{۸}^{۹\times\frac{۱}{۳}+۱} = \log_{۸}^{۴} = \dfrac{۲}{۳}$

$\log_{۸}^{b} = \dfrac{۲}{۳}\left(\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}\right) = \dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶} = \log_{۸}^{۳۶} \rightarrow b = ۳۶$ —۹

$\log ۳\times۳۶-۸ = \log ۱۰۰ = ۲$

$S = \dfrac{-b}{-۲a} = \dfrac{b}{۲a} \rightarrow \dfrac{۴a}{b} = \log ۴ = ۲\log ۲ \qquad \dfrac{۲a}{b} = \log ۲$ —۱۰

$a = \dfrac{b+c}{۲} \qquad ۲a = b+c = b\log ۲ \qquad c = b(\log ۲ - ۱)$

$a = \dfrac{b\log ۲}{۲}$

$\dfrac{c}{a} = \dfrac{۲(\log ۲ - ۱)}{\log ۲} = ۲\times\dfrac{\log ۰٫۲}{\log ۲} = ۲\log_{۲}^{۰٫۲}$

$\left(\dfrac{۱}{\sqrt{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۲}}\right)^{۲\log_{۲}^{۰٫۲}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۲}}\right)^{\log_{۲}^{۰٫۲}} = (۰٫۲)^{\log_{۲}^{۲^{-\frac{۱}{۲}}}} = ۰٫۲^{-\frac{۱}{۲}} = \left(\dfrac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$