سارینا اصفهانی - یازدهم دخترC - شماره تکلیف ㉓

①

$\log_n m = a \qquad \log_{mn} m^2n = b \qquad a>0 \qquad [b]=?$

$n^a = m \qquad (mn)^b = m^2n$

$(n^a n)^b = n^{2a}n$

$(n^{a+1})^b = n^{2a+1}$

$n^{ab+b} = n^{2a+1}$

$ab+b = 2a+1 \rightarrow b(a+1) = 2a+1 \rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1}$

$[b] = \left[\frac{2a+1}{a+1}\right] = \left[\frac{a+1}{a+1} + \frac{a}{a+1}\right] = \left[1+\frac{a}{a+1}\right]$

$= 1 + \underbrace{\left[\frac{a}{a+1}\right]}_{\text{صفر}}$

$[b] = ①$

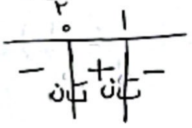
---

②

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$

شرط ①: $x>0$

شرط ②: $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0$

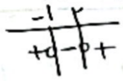


$D_f = (0 , +1)$

ب) $\frac{\log_2 (x^2-x-2)}{\underbrace{\sqrt{x^2-1}+1}_{\text{همواره } \oplus}}$

شرط ①: $x^2-x-2>0$

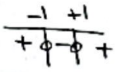
$(x-2)(x+1)>0 \rightarrow (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$



شرط ②:

$\hookrightarrow x^2-1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1$

$x^2-1 \geq 0$



$\rightarrow (-\infty,-1] \cup [1,+\infty)$

$D_f = (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$

---

③

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$

$2\log_x a + \frac{1}{\log_{\sqrt{x}} a} = 2$

$2\log_x a + \frac{1}{\log_{x^{\frac{1}{2}}} a} = 2$

$\underbrace{2\log_x a}_{t} + \frac{1}{2\log_x a} = 2$

$t + \frac{1}{t} = 2$

$\frac{t^2+1}{t} = 2 \rightarrow t^2+1 = 2t$

$t^2-2t+1=0$

$(t-1)^2=0$

$t=1$

$t = 2\log_x a = 1$

$\log_{\boxed{x}} a = \frac{1}{2}$

$x \rightarrow 9$

$\log_9 a = \frac{1}{2}$

$a = (9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = ③$

$\log ۲ = ۰٫۳ \quad \log ۳ = ۰٫۴$

④

$$(\log \frac{۵}{۳}) x^۲ + (\log ۹) x - \log ۱۵ = ۰$$

$$\log \frac{۵}{۳} = \underbrace{\log ۵}_{\log \frac{۱۰}{۲}} - \log ۳ = (\log ۱۰ - \log ۲) - \log ۳ = ۱ - ۰٫۳ - ۰٫۴ = \underline{\underline{۰٫۳}}$$

$$\log ۹ = \log ۳^۲ = ۲ \log ۳ = ۲ \times ۰٫۴ = \underline{\underline{۰٫۸}}$$

$$\log ۱۵ = \underbrace{\log ۵}_{\log \frac{۱۰}{۲}} + \log ۳ = (\log_{۱۰} ۱۰ - \log_{۱۰} ۲) + \log_{۱۰} ۳ = ۱ - ۰٫۳ + ۰٫۴ = \underline{\underline{۱٫۱}}$$

$$\times ۱۰ \quad ۰٫۳x^۲ + ۰٫۸x - ۱٫۱ = ۰$$

$$۳x^۲ + ۸x - ۱۱ = ۰$$

$$x^۲ + ۸x - ۳۳ = ۰$$

$$(x + ۱۱)(x - ۳) = ۰$$

$$\boxed{x = \frac{-۱۱}{۳}} \quad \boxed{x = \frac{۳}{۳} = ①}$$

$$\text{اختلاف ریشه ها} = ۱ - (-\frac{۱۱}{۳}) = \frac{۳ + ۱۱}{۳} = \frac{۱۴}{۳}$$

---

⑤

$\log_۲ ۷ = ۲٫۸ \quad \log_۵ ۲ = ۰٫۵ \quad \log_{۱۴} ۱۰ = ?$

$$\log_{۱۴} ۱۰ = \frac{\log_۲ ۱۰}{\log_۲ ۱۴} = \frac{\overset{۱}{\cancel{\log_۲ ۲}} + \overset{۲}{\cancel{\log_۲ ۵}}}{\underset{۱}{\cancel{\log_۲ ۲}} + \underset{۲٫۸}{\cancel{\log_۲ ۷}}} = \frac{۳}{۳٫۸} = \frac{۳۰}{۳۸} = \frac{۱۵}{۱۹}$$

$$\log_۵ ۲ = \frac{۱}{\log_۲ ۵} = ۰٫۵ \longrightarrow \frac{۱}{۰٫۵} = \log_۲ ۵$$

$$\frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{۵}{۱۰}} = \log_۲ ۵ = ②$$

---

⑥

$\log_۲ ۳ = ۱٫۶ \quad \log_۳ ۵ = ۱٫۵ \quad \log_{۱۵} ۶ = ?$

$$\log_{۱۵} ۶ = \frac{\log_۳ ۶}{\log_۳ ۱۵} = \frac{\log_۳ ۳ + \log_۳ ۲}{\log_۳ ۳ + \log_۳ ۵} = \frac{۱ + \frac{۱۰}{۱۶}}{۱ + \frac{۱۵}{۱۰}} = \frac{\frac{\cancel{۲۶}^{۱۳}}{\cancel{۱۶}\cancel{۸}۴}}{\frac{\cancel{۲۵}۵}{\cancel{۱۰}\cancel{۵}}} = \frac{۱۳}{۲۰} \xrightarrow[\times ۵]{} \frac{۶۵}{۱۰۰} = ۰٫۶۵$$

$$\log_۲ ۳ = \frac{۱}{\log_۳ ۲} = ۱٫۶ \longrightarrow \log_۳ ۲ = \frac{۱}{\frac{۱۶}{۱۰}} = \frac{۱۰}{۱۶}$$

(۷)

$\log_{۸}^{۱۸} = m \qquad \log_{۴}^{۱۲} = ?$

$\log_{۲^۳}^{۱۸} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m$

$\frac{۱}{۳}(\underset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}} + ۲\log_{۲}^{۳}) = m$

$\frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m$

$\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \frac{۱}{۳}$

$۲\log_{۲}^{۳} = ۳m-۱$

$\log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}) =$

$\frac{۱}{۲}(\underbrace{۲\log_{۲}^{۲}}_{۲} + \frac{۳m-۱}{۲}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۴+۳m-۱}{۲}) =$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۳m+۳}{۲} = \boxed{\frac{۳m+۳}{۴}}$

---

(۸)

$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} \qquad \log_{۸}^{۹x+۱} = ?$

$(\frac{۵}{۲})^{-۲x+۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲}$

$-۲x+۱ = ۳x^۲ \longrightarrow ۰ = ۳x^۲+۲x-۱$

$۰ = x^۲+۲x-۳$

$۰ = (x+۳)(x-۱)$

$x = -\frac{۳}{۳} = \underset{غ ق ق}{\boxed{-۱}} \qquad x = \underset{ق ق}{\boxed{\frac{۱}{۳}}}$ ✓

چون $\underbrace{۹x+۱}$ منفی می‌شود

$\log_{۸}^{۹(\frac{۱}{۳})+۱} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

---

(۹)

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \qquad \log_{۲}^{۳} = a$

$\frac{۱}{\cancel{۳}}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{\cancel{۳}}(۱+a)$

$\log_{۲}^{b} = ۲ + ۲\log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۹} = \log_{۲}^{۳۶}$

$\boxed{b=۳۶}$

$\log^{(۳b-۸)} = \log^{۱۰۸-۸} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = \boxed{۲}$

---

(۱۰)

$-۴ax^۲ + bx + \frac{۱}{۲}c = ۰$

$\frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \longrightarrow \frac{۲a}{b} = \log ۲ \longrightarrow b = \frac{۲a}{\log ۲}$

$\frac{b+c}{۲} = a \longrightarrow c = ۲a-b$

$\frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = ۲ - \frac{b}{a} = ۲ - (\frac{۲\cancel{a}}{\log ۲} \times \frac{۱}{\cancel{a}}) = ۲ - \frac{۲}{\log ۲} = ۲(۱ - \underbrace{\frac{۱}{\log ۲}}_{\log_{۲}^{۱۰}})$

$= ۲ - ۲\log_{۲}^{۱۰} = ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰}$

$\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲-۲\log_{۲}^{۱۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲(\underbrace{\overset{\log_{۲}^{۲}}{۱} - \log_{۲}^{۱۰}}_{})} \longrightarrow \log_{۲}^{۰/۲}$

$$۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۰/۲}} = ۲^{\log_{۲^{۴}}^{۵}} = ۵^{\log_{۲^{۴}}^{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۲}} = \sqrt[۴]{۵}$$