تکلیف کد ۲ نیایش شاه‌نظری یازدهم دهتر ۲

①

$$2x^2+y^2-4x+6y+k=0$$

برای ناتهی بودن تابع باید سعی کنیم عبارت را مربع کامل کنیم.

$$(2x^2-4x\,\textcircled{+2})+(y^2+6y\,\textcircled{+9})=0$$

$$2(x-1)^2+(y+3)^2=0$$ که در این صورت تک نقطه داریم.

$$x=1 \,،\, y=-3 \rightarrow (1\,،\,-3)$$

$$k=2+9=\underline{11}$$

---

② برای تابع بودن رابطه $x=a$ فقط باید یک جواب داشته باشد.

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x \,،\, & x\geqslant a \\ 2x+a+2 \,،\, & x\leqslant a \end{cases}$$

$$x=a \rightarrow a^2+4a=3a+2 \rightarrow a^2+a-2=0 \rightarrow (a+2)(a-1)=0$$

$$\begin{cases} a=-2 \\ \boxed{a=+1} \end{cases}$$ ⟸ با توجه به شرط سوال $(a>0)$ غیر قابل قبول

$$f(1) \rightarrow x=a \rightarrow f(1)=(1)^2+4(1)=\boxed{5}$$

---

③

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b \,،\, & |x+1|\geqslant 2 \\ a+2x \,،\, & -3\leqslant x\leqslant -1 \end{cases}$$

$$|x+1|\geqslant 2 \rightarrow x+1\geqslant 2 \rightarrow x\geqslant 1$$

$$\rightarrow x+1\leqslant -2 \rightarrow x\leqslant -3$$

برای تابع بودن رابطه $x=-3$ در هر دو ضابطه باید برابر شود.

$$x=-3 \rightarrow 2(-3)^2-b=a+2(-3)$$

$$18-b=a-6 \rightarrow a+b=\boxed{24}$$

---

④

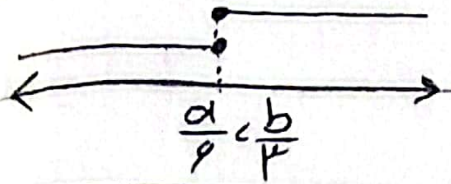
$$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$$

$$6x-a\geqslant 0 \rightarrow 6x\geqslant a \rightarrow x\geqslant \frac{a}{6}$$

$$b-3x\geqslant 0 \rightarrow 3x\leqslant b \rightarrow x\leqslant \frac{b}{3}$$

دامنه تک عدد ۲ است ⟵

$$\frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2 \rightarrow \boxed{b=6 \,،\, a=12}$$



$\frac{b}{a} = \frac{۶}{۱۲} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

الف) $y = \sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}} + \sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}}$ ⑤

$\frac{x+۱}{|x-۳|} \geq ۰$

$* \to$ ریشه مضاعف

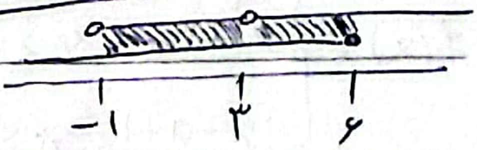
-۱		۳	
$-$ ○	$+$	$\overset{*}{⊘}$	$+$

① $(-۱،۳) \cup (۳، +\infty)$

$\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴} \geq ۰ \to ۶-x \geq ۰ \to x \overset{②}{\leq} ۶$

$\to \Delta < ۰ \quad a > ۰ \to$ عبارت همواره مثبت

$① \cap ② \to \boxed{D_f = (-۱،۳) \cup (۳، ۶]}$



ب) $y = \sqrt{[x]-۴} + \sqrt{۲-[x]}$

$[x]-۴ \geq ۰ \to [x] \geq ۴ \to x \overset{①}{\geq} ۴$

$① \cap ② \to \boxed{D_f = \emptyset}$

$۲-[x] \geq ۰ \to [x] \leq ۲ \to x \overset{②}{<} ۳$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$ ⑥

$\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶} \geq ۰$

$x^۲-x-۶ \to (x-۳)(x+۲)$

$x^۴-۱۳x^۲+۳۶ \to (x^۲-۹)(x^۲-۴)$

$\frac{\overset{۳}{(x-۳)}\overset{-۲}{(x+۲)}}{\underset{-۳}{(x+۳)}\underset{۳}{(x-۳)}\underset{-۲}{(x+۲)}\underset{۲}{(x-۲)}} \geq ۰$

		-۳		-۲		۲		۳	
$x^۲-x-۶$	$+$		$+$	○	$-$		$-$	○	$+$
$x^۲-۹$	$+$	○	$-$		$-$		$-$	○	$+$
$x^۲-۴$	$+$		$+$	○	$-$	○	$+$		$+$
$\frac{x^۲-x-۶}{(x^۲-۹)(x^۲-۴)}$	$+$	⊘	$-$	⊘	$-$	⊘	$+$	⊘	$+$

$\boxed{D_f = (-\infty، -۳) \cup (۲،۳) \cup (۳، +\infty)}$

جمع ضرایب صفر ← بخش پذیر بر $(x-1)$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$ $\qquad \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}\geq 0$

جمع ضرایب های فرد و زوج برابر ← بخش پذیر بر $(x+1)$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ \underline{x^3-x^2} & \overline{x^2-x-6} \\ \quad -x^2-5x+6 & \downarrow \\ \quad \underline{-x^2+x} & (x-3)(x+2) \\ \qquad -6x+6 & \\ \qquad \underline{-6x+6} & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ \underline{x^3+x^2} & \overline{x^2+x-6} \\ \quad x^2-5x-6 & \downarrow \\ \quad \underline{x^2+x} & (x+3)(x-2) \\ \qquad -6x-6 & \\ \qquad \underline{-6x-6} & \end{array}$$

$$\frac{\overset{1}{(x-1)}\overset{3}{(x-3)}\overset{-2}{(x+2)}}{\underset{-1}{(x+1)}\underset{-3}{(x+3)}\underset{2}{(x-2)}}\geq 0$$

		-3		-2		-1		1		2		3	
$x-1$	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
x^2-x-6	$+$		$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
x^2+x-6	$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}$	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

$$\boxed{D_f=(-\infty,-3)\cup[-2\cup-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)}$$

---

۵) الف) $\sqrt{[-x]-2}$ $\qquad [-x]-2\geq 0 \quad [-x]\geq 2$

$x\leq -2 \to \boxed{D_f=(-\infty,-2]}$

ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$ $\qquad [x]=a$

$a^2-2a-3\neq 0 \to (a-3)(a+1)\neq 0 \to a\neq -1$

$a\neq 3$

$[x]\neq -1 \to x\notin[-1,0)$

$[x]\neq 3 \to x\notin[3,4)$

$$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\big([-1,0)\cup[3,4)\big)}$$

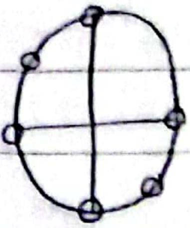
⑧

الف) $y = \dfrac{\cot x + ۱}{\tan x + ۱}$

$\to \sin x \neq ۰$

$\tan x + ۱ \to \tan x \neq -۱$

$\to \cos x \neq ۰$



$$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi ، k\pi + \frac{\pi}{۲} ، k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \right\}}$$

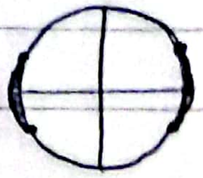
ب) $y = \sqrt{۱ - ۴\sin^۲ x}$

$۱ - ۴\sin^۲ x \geqslant ۰$

$۴\sin^۲ x \leqslant ۱$

$\sin^۲ x \leqslant \frac{۱}{۴}$

$-\frac{۱}{۲} \leqslant \sin x \leqslant \frac{۱}{۲}$



$$\boxed{D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{۶} ، k\pi + \frac{\pi}{۶} \right]}$$

---

⑨

الف) $y = \sqrt{۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}}$

$۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \geqslant ۰$

$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \leqslant ۱ \to x - ۱ \geqslant \frac{۱}{۲}$

① $x \geqslant \frac{۳}{۲}$

$x - ۱ > ۰ \to$ ② $x > ۱$

$① \cap ② \to \boxed{D_f = \left[\frac{۳}{۲} ، +\infty\right)}$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^۲ - x}}{۱ - \log_{۴}^{x^۲ - ۳x}}$

$x^۲ - x \geqslant ۰ \to x(x-۱) \geqslant ۰$

۰ ۱

+ − +

① $x \in (-\infty ، ۰] \cup [۱ ، +\infty)$

$۱ - \log_{۴}^{x^۲-۳x} \neq ۰ \to \log_{۴}^{x^۲-۳x} \neq ۱$

② $x \neq -۱$, $x \neq ۴$

$x^۲ - ۳x \neq ۴ \to x^۲ - ۳x - ۴ \neq ۰$

$(x-۴)(x+۱) \neq ۰$

$x^۲ - ۳x > ۰ \to x(x-۳) > ۰$

۰ ۳

+ − +

③ $x \in (-\infty ، ۰) \cup (۳ ، +\infty)$

$① \cap ② \cap ③ \rightarrow \boxed{D_f = (-\infty ، -۱) \cup (-۱ ، ۰) \cup (۳ ، ۴) \cup (۴ ، +\infty)}$

---

⑤

الف) $y = \sqrt{۲^{۴x-x^۲} - ۸}$ $\qquad ۲^{۴x-x^۲} - ۸ \geqslant ۰ \rightarrow ۲^{۴x-x^۲} \geqslant ۸$

$۴x - x^۲ \geqslant \log_۲^{۸} \rightarrow ۴x - x^۲ \geqslant ۳$

$-x^۲ + ۴x - ۳ \geqslant ۰$

$\boxed{D_f = [۱ ، ۳]} \longleftarrow \begin{array}{c|c|c} & ۱ \quad ۳ & \\ + & - & + \end{array} \longleftarrow x^۲ - ۴x + ۳ \leqslant ۰$

$(x-۳)(x-۱)$

ب) $y = \left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \rightarrow \frac{۳x+۵}{۲x+۴} \in W \qquad \frac{-۴w+۵}{۲w-۳} \in x$

$\boxed{D_f = \left\{ x \mid x = \frac{-۴k+۵}{۲k-۳} ، k \in W \right\}}$