ترانه طاهریان - تکلیف شماره‌ی ۲ - یازدهم دفتر c

۱- $۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰ \Rightarrow \underbrace{۲x^۲-۴x+۲}_{۲(x^۲-۲x+۱)\,=\,۲x(x-۱)^۲}+\underbrace{y^۲+۶y+۹}_{(y+۳)^۲}=۰$

$k=۲+۹=\boxed{۱۱}$

۲- $f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & x\geq a \\ ۳x+a+۲ & x\leq a\end{cases} \xrightarrow{x=a} a^۲+۴a=۳a+a+۲$

$a^۲+a-۲=۰ \quad (a+۲)(a-۱)=۰$

$\begin{cases} a=-۲ \\ a=۱\end{cases} \leftarrow$ برای هر دو حالت a ، یک طرف نامساوی $\geq a$ است.

$\xrightarrow{x=۱} x^۲+۴x=۱+۴=\boxed{۵}$

۳- $f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & -۳\leq x\leq -۱\end{cases} \quad |x+۱|\geq۲ \Rightarrow$ $x+۱\geq ۲ \Rightarrow x\geq ۱$

$x+۱\leq -۲ \Rightarrow x\leq -۳$

$\xrightarrow{x=-۳} ۱۸-b=a-۶ \Rightarrow a+b=\boxed{۲۴}$

۴- $\left.\begin{array}{ll} ۶x-a\geq ۰ & x\geq \frac{a}{۶} \\ b-۳x\geq ۰ & x\leq \frac{b}{۳}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{۶}=\frac{b}{۳}=۲ \Rightarrow \begin{array}{l} a=۱۲ \\ b=۶\end{array} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

۵- الف) $y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}}$ $\quad \frac{x+۱}{|x-۳|}\geq ۰$

$$\begin{array}{cccccc} & -۱ & & ۳ & \\ \hline - & ۰ & + & \text{تن} & + \end{array}$$

$[-۱,+\infty)-\{۳\}$ ①

$\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}\geq ۰ \Rightarrow ۶-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۶ \quad (-\infty,۶]$ ②

$\hookrightarrow \Delta=۴-۱۶=-۱۲ \quad a>۰ \Rightarrow$ مخرج همواره بزرگتر از صفر است.

$\xrightarrow{①\cap②} D_f=[-۱,۶]-\{۳\}$

ب) $y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$ $\quad [x]-۴\geq ۰ \Rightarrow [x]\geq ۴ \Rightarrow [۴,+\infty)$ ①

$۲-[x]\geq ۰ \Rightarrow [x]\leq ۲ \Rightarrow (-\infty,۳)$ ②

$\xrightarrow{①\cap②} D_f=\varnothing$

۶- الف) $y=\sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$ $\quad \frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}\geq ۰$

$x^۲-x-۶ \rightarrow (x-۳)(x+۲)$ $\quad ③ \quad \boxed{-۲}$

$x^۴-۱۳x^۲+۳۶ \hookrightarrow (x^۲-۴)(x^۲-۹)$ $\quad \boxed{\pm۲} \quad \boxed{\pm۳}$

$$\begin{array}{ccccccccc} & -۳ & & -۲^* & & ۲ & & ۳^* & \\ \hline + & \text{تن} & - & \text{تن} & - & \text{تن} & + & \text{تن} & + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$

ب)

$$y=\sqrt{\frac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$$

$$\frac{\overset{۱}{(x-۱)}\overset{۳}{(x-۳)}\overset{-۲}{(x+۲)}}{\underset{-۱}{(x+۱)}\underset{-۳}{(x+۳)}\underset{۲}{(x-۲)}}\geq ۰$$

$$\begin{array}{r|l} x^۳-۲x^۲-۵x+۶ & x-۱ \\ \hline -x^۳+x^۲ & \underbrace{x^۲-x-۶}_{(x-۳)(x+۲)} \\ -x^۲-۵x+۶ & \\ +x^۲-x & \\ -۶x+۶ & \\ -۶x+۶ & \\ ۰ & \end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l} x^۳+۲x^۲-۵x-۶ & x+۱ \\ \hline -x^۳-x^۲ & x^۲+x-۶ \\ x^۲-۵x-۶ & \\ -x^۲-x & \\ -۶x-۶ & \\ +۶x+۶ & \\ ۰ & \end{array}$$

$(x+۳)(x-۲)$

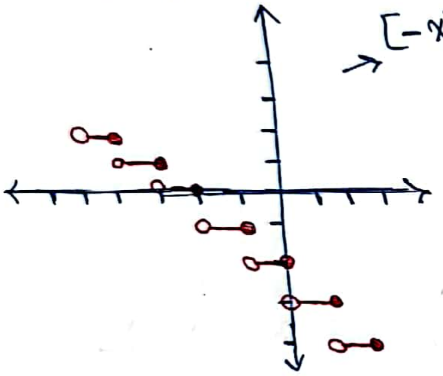
-۳ -۲ -۱ ۱ ۲ ۳

+ ○ - ● + ○ - ● + ○ - ● +

$D_f=(-\infty,-۳)\cup[-۲,-۱)\cup[۱,۲)$
$\cup[۳,+\infty)$

-۷

الف) $y=\sqrt{[-x]-۲}$



$[-x]-۲\geq ۰$

$\Rightarrow x\leq -۲$

$D_f=(-\infty,-۲]$

ب) $y=\frac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳}$

$[x^۲]-۲[x]-۳\neq ۰$

$([x]-۳)([x]+۱)\neq ۰$

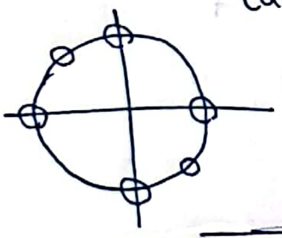
$[x]\neq ۳\Rightarrow x\neq[۳,۴)$

$[x]\neq -۱\Rightarrow x\neq[-۱,۰)$

$D_f=R-[۳,۴)-[-۱,۰)$

-۸

الف) $y=\frac{\cot x+۱}{\tan x+۱}$ $\quad\tan x+۱\neq ۰\Rightarrow \tan x\neq -۱$



$D_f=R-\{\frac{k\pi}{۲},k\pi-\frac{\pi}{۴}\}$

ب) $y=\sqrt{۱-۴\sin^۲x}$

$۱-۴\sin^۲x\geq ۰$

$۴\sin^۲x\leq ۱\Rightarrow \sin^۲x\leq\frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\leq\sin x\leq\frac{۱}{۲}$

$D_f=[k\pi-\frac{\pi}{۶},k\pi+\frac{\pi}{۶}]$

-۹

الف) $y=\sqrt{۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}}$ $\quad x-۱>۰\Rightarrow x>۱$ ①

$۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}\geq ۰\Rightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}\leq ۱\Rightarrow$

$x-۱\geq\frac{۱}{۲}\Rightarrow x\geq\frac{۳}{۲}$ ② $\xrightarrow{①\cap②} D_f=[\frac{۳}{۲},+\infty)$

ب) $y=\frac{\sqrt{x^۲-x}}{۱-\log_۴^{x^۲-۳x}}$ $\quad x^۲-x\geq ۰\Rightarrow x(x-۱)\geq ۰$

۰ ۱

+ ● - ● +

$(-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$ ①

$۱-\log_۴^{x^۲-۳x}\neq ۰\Rightarrow \log_۴^{x^۲-۳x}\neq ۱$ $\quad x^۲-۳x\neq ۴$

$\Rightarrow x^۲-۳x-۴\neq ۰$ $\quad (x-۴)(x+۱)\neq ۰$ $\quad x\neq ۴, x\neq -۱$ ②

$x^۲-۳x>۰$ $\quad x(x-۳)>۰$

۰ ۳

+ ○ - ○ +

$(-\infty,۰)\cup(۳,+\infty)$ ③

$\xrightarrow{①\cap②\cap③} D_f = (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty) - \{۴, -۱\}$

۱۵-

الف) $y = \sqrt{۲^{۴x - x^۲} - ۸} \Rightarrow ۲^{۴x - x^۲} - ۸ \geqslant ۰ \Rightarrow ۲^{-x^۲ + ۴x} \geqslant ۲^۳$

$\Rightarrow -x^۲ + ۴x \geqslant ۳ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۳ \leqslant ۰ \quad (x-۱)(x-۳) \leqslant ۰$

	۱		۳	
+	۰	−	۰	+

$D_f = [۱, ۳]$

ب) $y = \left(\frac{۳x + ۵}{۲x + ۴}\right)! \quad \frac{۳x + ۵}{۲x + ۴} \in W \Rightarrow x \in \frac{-۴W + ۵}{۲W - ۳}$

$D_f = \left\{x \mid x = \frac{۵ - ۴k}{۲k - ۳}, k \in W\right\}$