ستایش عندی   یازدهم دفتر ۲ (ریاضی تجربی)   تکلیف شماره ۲۰

①

$۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰ \rightarrow k_۱+k_۲$

$(۲x^۲-۴x+k_۱)+(y^۲+۶y+k_۲)$

$(\sqrt{۲}x-\sqrt{۲})^۲+(y+۳)^۲=۰$

$k_۱=۲ \qquad k_۲=۹$

$k=k_۱+k_۲=۲+۹=\boxed{۱۱}$

②

$f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & x\geq a \\ ۲x+a+۲ & x\leq a \end{cases}$

$f(۱)=? \rightarrow ۲(۱)+۳=⑤$

$\rightarrow ۱^۲+۴(۱)=⑤$

$\xrightarrow{x=a} a^۲+۴a=۲a+a+۲ \rightarrow a^۲+a-۲=۰ \rightarrow (a+۲)(a-۱)=۰$

قبول $a>۰$ ← ~~$a=-۲$~~ $\boxed{a=۱}$

③

$f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & -۳\leq x\leq -۱ \end{cases}$

$x+۱\geq ۲ \rightarrow x\geq ۱$

$x+۱\leq -۲ \rightarrow x\leq -۳$

$\xrightarrow{\text{if } x=-۳} ۲(-۳)^۲-b=a+۲(-۳)$

$۱۸-b=a-۶ \Rightarrow a+b=۶+۱۸=\boxed{۲۴}$

④

$y=\sqrt{۴x-a}+\sqrt{b-۳x}$ $\quad D_f=\{۳\}$ $\quad \frac{b}{a}=? \rightarrow \frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$

$۱۲-a=۰ \qquad b-۹=۰$

$۱۲=a \qquad b=۹$

⑤ دامنه

الف) $y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}}$

-۱	۳^*
$-\ ۰\ +\ ت\ +$	

۶
$+\ ۰\ -$

$\Delta=۴-۴(۱)(۴)=-۱۲$ همواره مثبت ② ریشه ندارد

$D_f=[-۱,۳)\cup(۳,۶]$

ب) $y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$

$[x]\geq ۴ \rightarrow x\geq ۴$

$[x]\leq ۲ \rightarrow x<۳$

$D_f=\varnothing$

الف) $y=\sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$

$x^۲-x-۶ \rightarrow (x-۳)(x+۲)$

$t=x^۲ \qquad x=\pm۲$

$t^۲-۱۳t+۳۶ \rightarrow (t-۴)(t-۹) \rightarrow x=\pm۳$

-۳	-۲^*	۲	۳^*
$+\ ت\ -\ ت\ -\ ت\ +\ ت\ +$			

$D_f=(-\infty,-۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\frac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}=\frac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)}$

$x=۱ \quad x=-۳ \quad x=+۲$

-۳	-۲	-۱	۱	۲	۳
$+\ ت\ -\ ۰\ +\ ت\ -\ ۰\ +\ ت\ -\ ۰\ +$					

$x^۳-۲x^۲-۵x+۶ \div (x-۱) = x^۲-x-۶$

$-x^۳+x^۲$

$-x^۲-۵x+۶$

$+x^۲-x$

$-۶x+۶$

$+۶x-۶$

۰

$x^۳+۲x^۲-۵x-۶ \div (x+۱) = x^۲+x-۶$

$-x^۳-x^۲$

$x^۲-۵x-۶$

$-x^۲-x$

$-۶x-۶$

$+۶x+۶$

۷ دامنه

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$

$[-x]-2\ge0 \to [-x]\ge2$

$\to -x\ge2 \to x\le-2 \qquad D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\frac{5x^2+4}{[x]^2-2[x]-3}\neq0$

$([x]-3)([x]+1)$

$[x]\neq3 \qquad [x]\neq-1$

$3\le x<4$ ✗ $\qquad -1\le x<0$ ✗

-1 0 3 4

$D_f=(-\infty,-1)\cup[0,3)\cup[4,+\infty)$

$D_f=\mathbb{R}-\{[-1,0)\cup[3,4)\}$

---

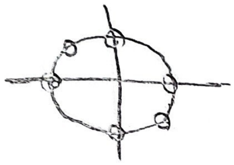
۸ دامنه

الف) $y=\frac{\cot x+1}{\tan x+1}$

$\cot x \to \frac{\cos x}{\sin x} \to \sin x\neq0$

$\tan x\neq-1$

$\tan x \to \frac{\sin x}{\cos x} \to \cos x\neq0$

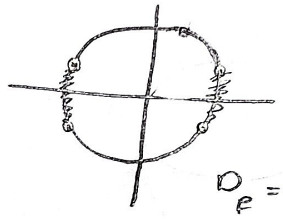


$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2}, k\pi+\frac{3\pi}{4}\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2x}\ge0$

$4\sin^2x\le1$

$\sin^2x\le\frac14 \qquad -\frac12\le\sin x\le\frac12$



$D_f=[k\pi-\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{\pi}{6}]$

---

۹ دامنه

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac12}(x-1)}\ge0 \to (x>1)$ I

$\log_{\frac12}(x-1)\le1 \to x-1\ge\frac12$

← علامت برعکس می‌شود

$(x\ge\frac32)$ II

$I\cap II \Rightarrow D_f=[\frac32,+\infty)$

ب) $y=\frac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4(x^2-3x)} \to x^2-x\ge0 \to x(x-1)\ge0$

0 +1

$1-\log_4(x^2-3x)\neq0$

0 3

$1\neq\log_4(x^2-3x) \to x^2-3x>0 \to x(x-3)>0$

$\to x^2-3x\neq4$

$x^2-3x-4\neq0$

$(x-4)(x+1)\neq0$

+4 $\quad$ -1

$D_f=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)-\{-1,4\}$

۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}$

$2^{4x-x^2}\ge2^3 \Rightarrow 4x-x^2-3\ge0$

$x^2-4x+3\le0$

$(x-3)(x-1)\le0$

+3 $\quad$ +1

$D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$

$\frac{3x+5}{2x+4}\in W$

$3x+5\in 2xW+4W$

$3x-2xW\in4W-5$

$x(3-2W)\in4W-5$

$x\in\frac{4W-5}{3-2W}$

$\{x \mid x=\frac{4k-5}{3-2k}, k\in W\}$