بسم رب الذی خلق المهدی

ستایش عراقی زاده

تکلیف ۲

۱)

$$۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰$$

$$(x^۲-۲x+۱)+(x^۲-۲x+۱)+(y^۲+۶y+۹)$$

$\boxed{k=11}$

$$\underbrace{(x-۱)^۲+(x-۱)^۲+(y+۳)^۲}_{\text{هر ۳ صفر}}=۰$$

تک نقطه

| ۱ |
| -۳ |

۲) $\begin{cases} x^۲+۴x & x \geq a \\ ۲x^۲+a+۲ & x < a \end{cases} \Leftarrow$ به ازای a یک مقدار باید بدهد:

$$a^۲+۴a=۲a+a+۲$$

$$a^۲+a+۲=۰ \Rightarrow (a+۲)(a-۱)=۰ \to \boxed{a=۱ \text{ ق ق}}, \quad a=-۲ \text{ غ ق ق}$$

$$f(۱)=f(a)=۱+۴=\boxed{۵}$$

$$\to ۲+۱+۲=\boxed{۵}$$

۳) $\begin{cases} ۲x^۲-b & |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & -۳\leq x\leq -۱ \end{cases}$

$$|x+۱|\geq ۲ \to x+۱\geq ۲ \Rightarrow \boxed{x\geq ۳}$$

$$x+۱\leq -۲ \to \boxed{x\leq -۳}$$

عدد ۳- هم در بازه اول است و هم در بازه دوم

پس در هر ۲ یک جواب دارد.

$$۱۸-b=a-۶ \Rightarrow \boxed{a+b=۲۴}$$

۴) $\sqrt{۴x-a}+\sqrt{b-۳x}$ فقط ۲ در هر ۲ صدق می کند.

(I) $۴x-a\geq ۰ \Rightarrow ۴x\geq a \to x\geq \frac{a}{۴}$

(II) $b-۳x\geq ۰ \Rightarrow ۳x\leq b \to x\leq \frac{b}{۳}$

$$۲=\frac{a}{۴}=\frac{b}{۳} \Longrightarrow \frac{b}{a}=\frac{۳}{۴}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

$$\boxed{\begin{matrix}a=۱۲\\ b=۶\end{matrix}} \to \frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

۵

الف) $\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}} \Rightarrow$

$\underbrace{x^2+2x+4}_{4-16=\Delta<0} \to (x+1)^2+3$ همواره $\oplus$

I

	-1		3^*	
$-$	0	$+$		$+$

یا

	-1		3	
صورت	$-$ 0	$+$		$+$
مخرج	$+$	$+$	0	$+$
کل	$-$	$+$		$+$

II

	6	
$+$	0	$-$

$D_f = I \cap II \Rightarrow$

$\boxed{D_f = [-1,6]-\{3\}}$

ب) $\sqrt{[x]-4} + \sqrt{2-[x]}$

$[x]-4 \geq 0$, $2-[x]\geq 0$

$[x]\geq 4$, $[x]\leq 2$

I $\; x\geq 4$, II $\; x<3$

$I \cap II = \emptyset$

$\boxed{D_f=\emptyset}$

۶

الف) $\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}$

$x^2-x-6 \to (x-3)(x+2)$

$x^4-13x^2+36 \to t^2-13t+36=0 \Rightarrow (t-9)(t-4)=0$

$t=x^2 \to x^2=9 \to x=\pm 3$

$x^2=4 \to x=\pm 2$

	-3		-2^*		2		3^*	
$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$

یا

	-3		-2		2		3	
صورت		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
مخرج	$+$ 0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
کل	$+$	$-$		$-$		$+$		$+$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-[-3,2]-\{3\}}$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

جمع ضرایب: ۰ $\to$ بخش پذیر بر $x-1$

ریشه های ... جمع ضرایب زوج و فرد برابره پس بخش پذیر بر $x+1$

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ -x^3+x^2 & \overline{x^2-x-6} \\ \hline -x^2-5x & \\ x^2-x & \\ \hline -6x+6 & \end{array}$$

$x^2-x-6 \to (x-3)(x+2)$

یا هورنر

$x^3-2x^2-5x+6 \to x^2-x-6 \;\; +0$

$x^3+2x^2-5x-6 \to x^2+x-6+0 \to (x+3)(x-2)$

$\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)}}$

	-3		-2		-1		1		2		3	
$+$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$

$\boxed{D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)}$

۷

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$ ⇝ $[-x]-2\geq 0 \Rightarrow [-x]\geq 2$

$-x\geq 2 \Rightarrow \boxed{x\leq -2}$

$$\boxed{D_f=(-\infty,-2]}$$

ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-3[x]-4}$ ⇝ $([x]-4)([x]+1)$

$\Delta=0-120<0$ ⊕ همواره

-1		0		3		4	
+		0	−	−	0	+	+

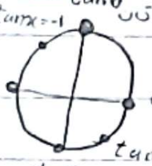
نق ، نق ، صفر در مخرج

$$\boxed{D_f=(-\infty,-1)\cup[0,3)\cup[4,+\infty)}$$

۸

الف) $\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ تعریف نشده باشد

$-1\neq$ مخرج صفر نشود



$$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{k\pi}{2},\ k\pi-\frac{\pi}{4}\right\}}$$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$

$x(x-1)\geq 0$ — I

	0		1	
+		−		+

$x^2-3x>0$ — II

	0		3	
+		−		+

$\neq 0$ ⇝ $\log_4^{x^2-3x}\neq 1 \Rightarrow x^2-3x\neq 4$

$(x^2-3x-4)\neq 0 \Longrightarrow (x-4)(x+1)$ ⇝ $x\neq 4\,,\,-1$ — III

$$D_f=I\cap II\cap III \Rightarrow \boxed{(-\infty,0)\cup(3,+\infty)-\{4,-1\}}$$

۹

الف) $\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ — I: $x>1$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leq 1 \Rightarrow x-1\geq\frac{1}{2} \Rightarrow x\geq\frac{3}{2}$ — II

$I\cap II$ ⇝ $D_f=[\frac{3}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2x} \Rightarrow 4\sin^2x\leq 1 \Rightarrow \sin^2x\leq\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{-\frac{1}{2}\leq\sin x\leq\frac{1}{2}}$

$$\boxed{D_f=\left[k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\pi+\frac{\pi}{6}\right]}$$

$4x - x^2 \geq 0$

$x(4-x) \geq 0$

۱۰

الف) $\sqrt{2^{4x-x^2} - 8} \Rightarrow 2^{4x-x^2} \geq 8 = 2^3 \Rightarrow 4x - x^2 \geq 3$

$x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) \leq 0$

$$\begin{array}{c|c|c} & 1 \quad\quad 3 & \\ + & - & + \end{array}$$

قق

$\Rightarrow \boxed{D_f = [1,3]}$

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \in W \Rightarrow \frac{3x+5}{2x+4} \in W \Rightarrow W \in -\frac{4W-5}{2W-3}$

$\boxed{W \in \frac{5-4W}{2W-3}} \rightarrow \boxed{D_f = \left\{x \mid x = \frac{5-4k}{2k-3} ,\ k \in W\right\}}$

یا حل به روش سنتی $\Rightarrow \frac{3x+5}{2x+4} \in W \Rightarrow 2Wx + 4W \in 3x + 5$

$2Wx - 3x \in 5 - 4W \Rightarrow x(2W-3) \in 5 - 4W$

$\boxed{x \in \frac{5-4W}{2W-3}}$

CamScanner