دهم دفتر C ۲۰ جعفری

①

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \to$ تابع ناقص ، $k=?$

$2(x^2-2x+1)+(y^2+6y+9)=0 \to k=2+9=11$ ۴

$2(x-1)^2+(y+3)^2 \xrightarrow{\text{نقطه}} (1,-3)$

②

$f(a)=a^2+4a=2a+a+2 \to a^2+a-2=0 \to (a+2)(a-1)$

رد $a>0$ ، $a=1$ ۴

$$\to f(x)\begin{cases} x^2+4x & x\geq 1 \\ 2x+3 & x\leq 1 \end{cases}$$

$\to f(1)=1+4=\boxed{5}$

$2^{b}+3=\boxed{5}$

③

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & : |x+1|\geq 2 \\ a+2x & : -3\leq x<-1 \end{cases}$$

$|x+1|\geq 2 \to x+1\geq 2 \to x\geq 1$

$x+1\geq -2 \to x\geq -3$ ۴

$f(-3) \to a-6=18-b$

$\to a+b=24$

④

$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$

$6x-a\geq 0 \to x\geq \frac{a}{6}$

$b-3x\geq 0 \to x\leq \frac{b}{3}$

$\frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2 \to a=12$, $b=6$ ۴

$\to \frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

⑤

الف) $\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}} \to 6-x\geq 0 \to x\leq 6 \to (-\infty,6]$ ①

$\Delta=4-16=-12$ ، $a>0$ همواره +

۴

$\frac{x+1}{|x-3|}\geq 0 \to$

-1		3	
$-$	0 +	∄	+

$\to [-1,+\infty)-\{3\}$ ②

$\to$ ① $\cap$ ② $\to D_f=[-1,6]-\{3\}$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$[x]-4\geq 0 \to [x]\geq 4$ ، $2-[x]\geq 0 \to [x]\leq 2$

$[4,+\infty) \cap (-\infty,3) \to D_f=\varnothing$

۶

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}$ → $(x-3)(x+2)$

→ $x^2=t \to t^2-13t+36=0$

→ $(t-4)(t-9)$

-3	-2	2	3

$+ \;|\; - \;|\; - \;|\; + \;|\; +$

$t^2=+4, 9$

→ $x=\pm 2, \pm 3$

→ $D_y=(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)-\{3\}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$ → $1-2-5+6=0$ → بخش پذیر $x-1$

→ $x+1$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ -x^3+x^2 & \overline{x^2-x-6} \\ \hline -x^2-5x+6 & \\ +x^2-x & \\ \hline -6x+6 & \\ +6x-6 & \end{array}$$

$\nearrow x=1, 3, -2$

$x=-1, -3, 2$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ -x^3-x^2 & \overline{x^2+x-6} \\ \hline x^2-5x-6 & \\ -x^2-x & \\ \hline -6x-6 & \\ +6x+6 & \end{array}$$

۶

-3	-2	-1	1	2	3

$+ \;|\; - \;|\; + \;|\; - \;|\; + \;|\; - \;|\; +$

↓

$D_y=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,+2)\cup[3,+\infty)$

۷

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$ → $[-x]\geq 2 \to D_y=(-\infty,-2]$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$ → $[x]=t \to t^2-2t-3 \to a+c=b$

→ $t=3, -1$

۶

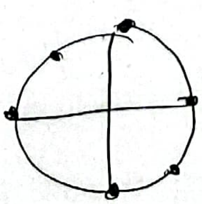
→ $[x]=3 \to [3,4)$

$[x]=-1 \to [-1,0)$

$D_y=\mathbb{R}-[-1,0)\cup[3,4)$

۸

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \to y=\dfrac{\dfrac{\cos x+\sin x}{\sin x}}{\dfrac{\sin x+\cos x}{\cos x}}$



$\sin x\neq 0$

$\sin x+\cos\neq 0$

$\sin\neq -\cos x$

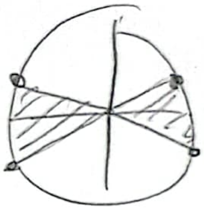
$\cos x\neq 0 \to D_y=\mathbb{R}-\{k\pi+3\frac{\pi}{4}\}\cup$

$\mathbb{R}\{\frac{k\pi}{2}$

۶

۸) الف) $y = \sqrt{1-4\sin^2 x} \geq 0 \rightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{4} \rightarrow \sin x \geq -\frac{1}{2}$

$\sin x \leq \frac{1}{2}$



$\rightarrow D_y = [\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}] \cup [\frac{11\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$

بهتر هست به صورت $[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$ نوشته شود

۹) الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $\rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > 1$ ①

$1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \rightarrow x-1 \geq \frac{1}{2} \rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ ②

$① \cap ② \longrightarrow D_g = [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}} \to x^۲-x\geq ۰ \to x(x-۱)\geq ۰$ 　 $\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & \\ + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$

$(-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$ ①

$\to 1-\log_۴^{x^۲-۳x}\neq ۰ \to \log_۴^{x^۲-۳x}\neq ۱ \to x^۲-۳x\neq ۴$

$\to x^۲-۳x-۴\neq ۰ \to (x-۴)(x+۱)\neq ۰ \to x\neq ۴,-۱$ ②

$x^۲-۳x>۰ \to x(x-۳)>۰$ 　 $\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۳ & \\ + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$ 　 $(-\infty,۰)\cup(۳,+\infty)$ ③

$\xrightarrow{①\cap②\cap③} D_f=(-\infty,۰)\cup(۳,+\infty)-\{۴,-۱\}$

۱۵

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \to ۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰$

$\to ۲^{-x^۲+۴x}\geq ۸ \to -x^۲+۴x\geq ۳ \to x^۲-۴x+۳\leq ۰$

$(x-۱)(x-۳)\leq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$ 　 $D_f=[۱,۳]$

ب) $y=\left(\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)!$ 　 $\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \to \dfrac{-۴W+۵}{۲W-۳}$

$\to \left\{x \mid x=\dfrac{-۴k+۵}{۲k-۳},\ k\in W\right\}$