آیلین امینی
گروه یازدهم ریاضی شب

حسابان ۱

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ②

۱۹٫۵

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \xrightarrow{\text{بازنی}} y^2+6y+9+2x^2-4x+2 \Rightarrow$ ①

$(y+3)^2+2(x-1)^2=0 \longrightarrow x=-1, y=-3 \Longrightarrow k=2+9=\boxed{11}$ ✓

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x\ ; & x\geq a \xrightarrow{x=a} a^2+4a \\ 2x+a+2\ ; & x<a \xrightarrow{x=a} 2a+a+2 \end{cases} \Rightarrow$$ ②

$a^2+4a=2a+a+2 \to a^2+4a=3a+2 \to a^2+a-2=0$

$\to (a+2)(a-1)=0 \to a=1$ ✓✓

$\quad\to a=-2$ غ ق ق $\to$ شرط سوال : $a>0$

$$\longrightarrow f(x)=\begin{cases} x^2+4x\ ; & x\geq 1 \xrightarrow{x=1} 1+4=5 \\ 2x+3\ ; & x<1 \xrightarrow{x=1} 2+3=5 \end{cases} \to f(1)=5$$

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2-b\ ; & |x+1|\geq 2 \\ a+2x\ ; & -3<x<-1 \end{cases}$$ ③

$|x+1|\geq 2 \Longrightarrow x+1\geq 2 \longrightarrow x\geq +1 \longrightarrow \boxed{x=-3}$ طبق مقایسه جواب های یکسان می دهند

$x+1\leq -2 \longrightarrow x\leq -3$ ✓

$x=-3 \longrightarrow a-6=18-b \Rightarrow \boxed{a+b=24}$

④

$$y=\sqrt{\underbrace{۴x-a}_{①}}+\sqrt{\underbrace{b-۳x}_{②}}$$

$① \rightarrow ۴x-a \geq ۰ \rightarrow ۴x \geq a \xrightarrow{\div ۴} x \geq \frac{a}{۴}$

$② \rightarrow b-۳x \geq ۰ \rightarrow b \geq ۳x \xrightarrow{\div ۳} \frac{b}{۳} \geq x$

$\xrightarrow[\text{۲ است}]{\text{تنها عدد مشترک}} \frac{a}{۴}=۲ \rightarrow \boxed{a=۱۲}$ $\quad \frac{b}{۳}=۲ \rightarrow \boxed{b=۶}$

$\longrightarrow \frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\boxed{۰/۵} \rightarrow$ جواب

⑤

الف) $y=\sqrt{\underbrace{\frac{x+1}{|x-۳|}}_{①}}+\sqrt{\underbrace{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+٤}}_{②}}$

$① \rightarrow \frac{x+1}{|x-۳|} \geq ۰ \rightarrow$ -۱: $-\ |\ +$

$|x-۳|$: (+) همیشه به جز ۳ ← ③ صفر/تعریف نمی کند

$② \ \frac{۶-x}{x^۲+۲x+٤} \geq ۰$ ، $۶-x$: (+) ، $x^۲+۲x+٤$: $\Delta < ۰ \rightarrow ٤-۱۶ < ۰ \rightarrow$ (+) همیشه

$\longrightarrow$ ۶: $+\ |\ -$

$\xRightarrow{①\cap②} D_f=[-۱,۶]-\{۳\}$

ب) $\sqrt{\underbrace{[x]-٤}_{①}}+\sqrt{\underbrace{۲-[x]}_{②}}$

$① \ [x]-٤ \geq ۰ \rightarrow [x] \geq ٤ \rightarrow x \geq ٤$

$② \ ۲-[x] \geq ۰ \rightarrow ۲ \geq [x] \rightarrow ۳ > x \xrightarrow{①\cap②} D_f=\emptyset$

⑥

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$

$\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}\geqslant ۰$

$x^۲-x-۶ \rightarrow (x-۳)(x+۲)=۰ \longrightarrow x=۳, -۲$

$x^۲=t \Rightarrow t^۲-۱۳t+۳۶=۰ \longrightarrow (t-۴)(t-۹)=۰ \longrightarrow t=\overset{x^۲}{⃝۹} \rightarrow x=\pm ۳ \,,\; t=\underset{x^۲}{⃝۴} \rightarrow x=\pm ۲$

	☆		☆	
	-۳	-۲	۲	۳
$+$		$-$	$-$	$+$	$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty, -۳)\cup(۲,۳)\cup(۳, +\infty)$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$

$x^۳-۲x^۲-۵x+۶ \longrightarrow$ جمع ضرایب $=۰ \longrightarrow (x-۱)$ ✓

$x^۳+۲x^۲-۵x-۶ \longrightarrow$ جمع ضرایب زوج و فرد مساوی ✓ $\longrightarrow (x+۱)$ ✓

①
$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^۳}-۲x^۲-۵x+۶ & (x-۱) \\ \hline \cancel{x^۳}-x^۲ & x^۲-x-۶ \\ \hline -x^۲-۵x+۶ & \\ -x^۲+x & \\ \hline -۶x+۶ & \\ -۶x+۶ & \\ \hline ۰\;۰ & \end{array}$$

$x^۲-x-۶ \downarrow (x-۳)(x+۲)$

صورت $\downarrow (x-۱)(x+۲)(x-۳) \rightarrow ۱, -۲, ۳$

-۳	-۲	-۱	۱	۲	۳	
$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

$\downarrow$

$D_f=(-\infty, -۳)\cup[-۲,-۱)\cup[۱,۲)\cup[۳,+\infty)$

✓

②
$$\begin{array}{l|l} x^۳+۲x^۲-۵x-۶ & (x+۱) \\ \hline x^۳+x^۲ & x^۲+x-۶ \\ \hline x^۲-۵x-۶ & \\ x^۲+x & \\ \hline -۶x-۶ & \\ -۶x-۶ & \\ \hline ۰\;۰ & \end{array}$$

$x^۲+x-۶ \downarrow (x+۳)(x-۲)$

مخرج $\downarrow (x+۱)(x+۳)(x-۲) \downarrow -۱, ۲, -۳$

الف) $y=\sqrt{[-x]-۲} \longrightarrow [-x]-۲\geq ۰$ ⑦

$\longrightarrow [-x]\geq ۲ \longrightarrow -x\geq ۱ \longrightarrow x\leq ۲ \rightarrow Df=(-\infty,\overset{-۲}{\cancel{۲}}]$

۱,۷۵

ب) $\dfrac{۵x^۲+۴}{\underbrace{[x]^۲-۲[x]-۳}}$

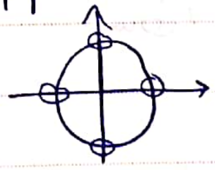
$([x]-۳)([x]+۱)\neq ۰ \rightarrow [x]\neq ۳ \rightarrow x\neq [۳,۴)$ ✓

$\rightarrow [x]\neq -۱ \Rightarrow x\neq [-۱,۰)$

$\rightarrow \mathbb{R}-\big[[-۱,۰)\cup[۳,۴)\big]=Df$

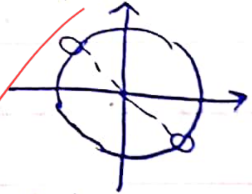
الف) $y=\dfrac{\cot x+۱}{\tan x+۱} \longrightarrow \cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}\quad \tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ ⑧

$\sin,\cos\neq ۰ \longrightarrow$



① $\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{۲}\}$

② $\tan x+۱\neq ۰ \rightarrow \tan x\neq -۱$ ✓



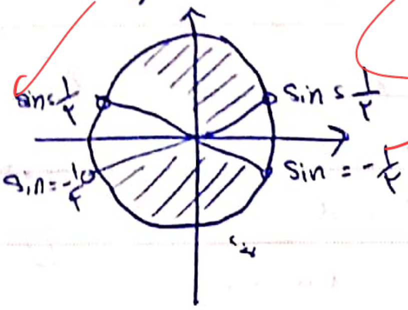
$\rightarrow \mathbb{R}-\{k\pi+\frac{۳\pi}{۴}\} \xrightarrow{①\cup②} \underbrace{\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{۲},k\pi+\frac{۳\pi}{۴}\}}$

ب) $y=\sqrt{۱-۴\sin^۲x} \longrightarrow ۱-۴\sin^۲x\geq ۰ \longrightarrow ۱\geq ۴\sin^۲x$

۲

$\frac{۱}{۴}\geq \sin^۲x \xrightarrow{①} \frac{۱}{۲}\geq \sin x$

$\xrightarrow{②} -\frac{۱}{۲}\leq \sin x$



$\rightarrow \underbrace{Df=[k\pi\pm\frac{\pi}{۴}]}$

⑨

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}} \rightsquigarrow \left[\begin{array}{l} 1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \geq ۰ \\ 1 \geq \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \rightarrow \frac{1}{۲} \leq x-1 \end{array}\right.$

$\boxed{\frac{۳}{۲} \leq x}$ ①

② $x-1>۰ \rightarrow \boxed{x>1}$

$\xRightarrow{①\cap②} D_f=\left[\frac{۳}{۲}, +\infty\right)$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_{۴}^{x^۲-۳x}} \longrightarrow ① \rightarrow x^۲-x \geq ۰ \rightarrow x(x-1)\geq ۰$

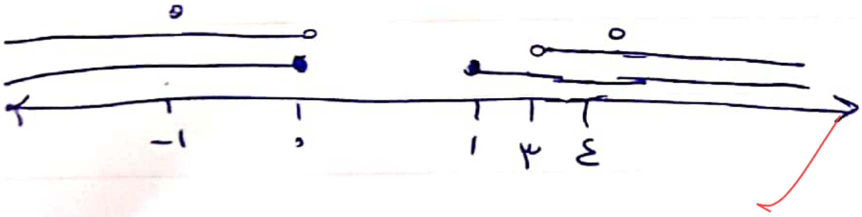
$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

② $x^۲-۳x>۰ \rightarrow x(x-۳)>۰ \rightarrow$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۳ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

③ $1-\log_{۴}^{x^۲-۳x} \neq ۰ \rightarrow \log_{۴}^{x^۲-۳x} \neq 1 \rightarrow x^۲-۳x \neq ۴$

$\rightarrow x^۲-۳x-۴ \neq ۰ \rightarrow (x-۴)(x+1)\neq ۰ \rightarrow x \neq -1 , ۴$



$\xrightarrow{\cap} (-\infty,-1)\cup(-1,۰)\cup$

$(۳,۴)\cup(۴,+\infty)$

$\rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(-1,۰)\cup(۳,۴)\cup(۴,+\infty)$

Date:

Subject:

$\bigcirc\!\!\!\!۶$

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \rightarrow ۲^{۴x-x^۲}-۸\geqslant ۰$

$۲^{۴x-x^۲}\geqslant ۲^۳$

$\rightarrow ۴x-x^۲\geqslant ۳ \rightarrow x^۲-۴x+۳\leqslant ۰ \rightarrow (x-۱)(x-۳)\boxed{\leqslant ۰}$

$$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$$

$\Longrightarrow D_f=(-\infty,۱]\cup[۳,+\infty)$

۱,۷۵

ب) $y=\left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \rightarrow \frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W$

$\rightarrow ۳x+۵\in ۲xW+۴W \rightarrow ۳x-۲xW\in ۴W-۵$

$x(۳-۲W)\in ۴W-۵ \rightarrow x\in\frac{۴W-۵}{۳-۲W}$

$\rightarrow D_f=\{x\mid x=\frac{۴k-۵}{۳-۲k}, k\in W\}$ ✓