الیسا طلایی گروه ج

۱- $2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \qquad 2(x^2-2x)+y^2+6y+\underbrace{k}_{9+2}=0$

$2(x^2-2x+1)+y^2+6y+9=0 \qquad 2(x-1)^2+(y+3)^2=0$ جواب تک نقطه $\begin{vmatrix}1\\-3\end{vmatrix}$

$\boxed{k=11}$

۲- $f(x)=\begin{cases}x^2+ax & ; x\geq a\\ 2x+a+2 & ; x\leq a\end{cases}$ $\xrightarrow[\text{یک مقدار می‌دهد}]{\text{به ازای } x=a}$ $a^2+a\cdot a=2a+a+2$

$a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$

$\left.\begin{matrix}a=1\\a=-2\end{matrix}\right\} \xrightarrow{a>0} a=1$ ق ق

$f(x)=\begin{cases}x^2+x & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x\leq 1\end{cases}$

$f(1)=5$

۳- $f(x)=\begin{cases}2x^2-b & ; |x+1|\geq 2\\ a+2x & ; -3\leq x\leq -1\end{cases}$ $\left\{\begin{matrix}x+1\geq 2\to x\geq 1\\ x+1\leq -2\to x\leq -3\end{matrix}\right.$

به ازای $x=-3$ یک مقدار می‌دهد

$2(-3)^2-b=a-6 \Rightarrow a+b=18+6=24$

۴- $\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$ به ازای $x=2$ زیر رادیکال‌ها صفر شود تا تابع تعریف شود $\Big\} \to \begin{matrix}12-a=0 & a=12\\ b-6=0 & b=6\end{matrix} \Big\} \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

۵- الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{\underbrace{x^2+2x+4}}}\ ; x\leq 6$

$\Delta<0 \quad a>0 \Rightarrow$ همواره مثبت مخرج

x		-1		3 (ریشه قدرمطلق)	
	$-$	0	$+$		$+$

$D_f=[-1,3)\cup(3,6]$

ب) $y=\sqrt{[x]-2}+\sqrt{2-[x]} \qquad [x]-2\geq 0 \qquad [x]\geq 2 \qquad x\geq 2$ (I)

$2-[x]\geq 0 \qquad [x]\leq 2 \qquad x<3$ (II) $\qquad$ (I) $\cap$ (II) $=\emptyset=D_f$

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{\underbrace{x^4}_{t}-13x^2+36}}=\sqrt{\dfrac{(x-3)(x+2)}{(x^2-4)(x^2-9)}}=\sqrt{\dfrac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)}}$

$t^2-13t+36$

-3		-2^*		2		3^*	
+		−		−		+	+

$D_f=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

$x^3-2x^2-5x+6 \rightarrow$ جمع ضرایب صفر $\rightarrow x=1$

$x^3+2x^2-5x-6 \rightarrow$ جمع ضرایب توان فرد = توان زوج $\rightarrow x=-1$

$y=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x^2-x-6)}{(x+1)(x^2+x-6)}}=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)}}$

	-3		-2		-1		1		2		3	
+		−		+		−		+		−		+

$D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷-

الف) $y=\sqrt{[-x]-2}$ $\quad [-x]-2\geq 0 \quad [-x]\geq 2 \quad -x\geq 2 \quad x\leq -2$

$D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3}$ $\quad [x]^2-2[x]-3\neq 0 \quad ([x]-3)([x]+1)\neq 0$

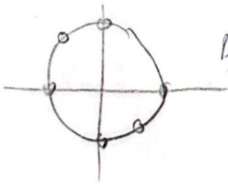
$[x]\neq 3 \quad x\notin[3,4)$

$[x]\neq -1 \quad x\notin[-1,0)$

$D_f=\mathbb{R}-[3,4)-[-1,0)$

۸-

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ $\quad \tan x+1\neq 0 \quad \tan x\neq -1$



$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2},k\pi-\frac{\pi}{4}\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$ $\quad 1-4\sin^2x\geq 0 \quad 4\sin^2 x\leq 1 \quad \sin^2 x\leq\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{2}\leq\sin x\leq\frac{1}{2}$

$D_f=[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{6}]$

-۹

$\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $\quad x-1>0 \quad x>1$ (I)

$1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0 \quad \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \quad x-1 \geq \frac{1}{2}$

$x \geq \frac{3}{2}$ (II)

D_f: (I) $\cap$ (II) $= [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$

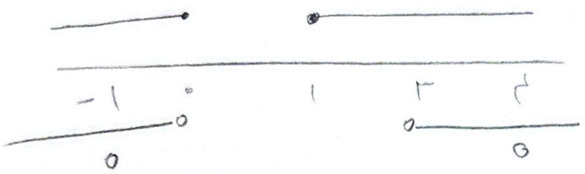
$x^2-x \geq 0$

$x(x-1) \geq 0$ (I)

$x^2-3x>0 \quad x(x-3)>0$ (II)

$1 \neq \log_4^{x^2-3x} \quad x^2-3x \neq 4 \quad x^2-3x-4 \neq 0$

$(x-4)(x+1) \neq 0 \quad x \neq 4 \quad x \neq -1$ (III)



$D_f=\left((-\infty,0)-\{-1\}\right) \cup \left((3,+\infty)-\{4\}\right)$

-۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}$

$2^{4x-x^2} \geq 8 \quad 4x-x^2 \geq 3$

$x^2-4x+3 \leq 0$

$(x-3)(x-1) \leq 0$

$D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\dfrac{3x+5}{2x+4}\right)!$ $\quad \dfrac{3x+5}{2x+4} \in W \quad x \in -\dfrac{4w-5}{2w-3}$

$D_f=\{x \mid x=\dfrac{-4k+5}{2k-3}, k \in W\}$