الیسا طلایی گروه ح

۲۰

ـ۱

$۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰$ $۲(x^۲-۲x)+y^۲+۶y+\underbrace{k}_{۹+۲}=۰$

$۲(x^۲-۲x+۱)+y^۲+۶y+۹=۰$ $۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=۰$ ✓ $\begin{vmatrix} ۱ \\ -۳ \end{vmatrix}$ ج) یک نقطه

$\boxed{k=۱۱}$

۵

ـ۲

$f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & ; x\geq a \\ ۲x+a+۲ & ; x\leq a \end{cases}$ $\xrightarrow[\text{یک مقدار دهد}]{\text{به ازای } x=a}$ $a^۲+۴a=۲a+a+۲$

$a^۲+a-۲=۰$

$(a+۲)(a-۱)=۰$

۵

$\left.\begin{matrix} a=۱ \\ a=-۲ \end{matrix}\right\}\xrightarrow{a>۰} a=۱$ ق ق

$f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & ; x\geq ۱ \\ ۲x+۳ & ; x\leq ۱ \end{cases}$ ✓

$f(۱)=۵$

ـ۳

$f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & ; |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & ; -۳\leq x\leq -۱ \end{cases}$ $\left.\begin{matrix} x+۱\geq ۲ \to x\geq ۱ \\ x+۱\leq -۲ \to x\leq -۳ \end{matrix}\right.$ ✓

۵

پس به ازای $x=-۳$ یک مقدار می‌دهد

$۲(-۳)^۲-b=a-۶ \Rightarrow a+b=۱۸+۶=۲۴$

ـ۴

$\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x}$ زیر رادیکال‌ها به ازای $x=۲$ صفر می‌شود تا تابع تعریف شود $\to$ $\begin{matrix} ۱۲-a=۰ \\ b-۶=۰ \end{matrix}$ ✓ $\left.\begin{matrix} a=۱۲ \\ b=۶ \end{matrix}\right\}\frac{b}{a}=\frac{۱}{۲}$

۵

ـ۵

الف) $y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۴-x}{\underbrace{x^۲+۲x+۴}}}$; $x\leq ۴$

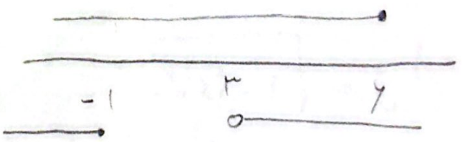
$\Delta<۰ \quad a>۰ \Rightarrow$ همواره مثبت ← مخرج

ریشه قدرمطلق

$-۱ \quad ۳$

$- \quad + \quad +$ ✓

۵



$D_f=[-۱,۳)\cup(۳,۴]$

ب) $y=\sqrt{[x]-۲}+\sqrt{۲-[x]}$ $[x]-۲\geq ۰$ ✓ $[x]\geq ۲$ $x\geq ۲$ (I)

$۲-[x]\geq ۰$ $[x]\leq ۲$ $x<۳$ (II) (I) $\cap$ (II) $=\varnothing=D_f$

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}} = \sqrt{\dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x^۲-۴)(x^۲-۹)}} = \sqrt{\dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۲)(x+۲)(x-۳)(x+۳)}}$

$\underbrace{x^۲}_{t}$ $\quad t^۲-۱۳t+۳۶$

$-۳ \quad -۲^{*} \quad ۲ \quad ۳^{*}$

$+ \mid - \mid - \mid + \mid +$

✓

$D_f: (-\infty, -۳) \cup (۲, ۳) \cup (۳, +\infty)$

G

ب) $y = \sqrt{\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$

$x^۳-۲x^۲-۵x+۶ \rightarrow$ جمع ضرایب ۰ $\rightarrow$ بخش پذیر بر $x-۱$

$x^۳+۲x^۲-۵x-۶ \longrightarrow$ جمع ضرایب توان فرد = توان زوج $\rightarrow$ بخش پذیر بر $x+۱$

$y = \sqrt{\dfrac{(x-۱)(x^۲-x-۶)}{(x+۱)(x^۲+x-۶)}} = \sqrt{\dfrac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)}}$

$-۳ \quad -۲ \quad -۱ \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \mid - \mid + \mid - \mid + \mid - \mid +$

$D_f = (-\infty, -۳) \cup [-۲, -۱) \cup [۱, ۲) \cup [۳, +\infty)$

۷-

الف) $y = \sqrt{[-x]-۲}$ $\quad [-x]-۲ \geq ۰ \quad [-x] \geq ۲$ ✓

$-x \geq ۲$

$x \leq -۲$

$D_f = (-\infty, -۲]$

G

ب) $y = \dfrac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳}$ $\quad [x]^۲-۲[x]-۳ \neq ۰ \quad ([x]-۳)([x]+۱) \neq ۰$

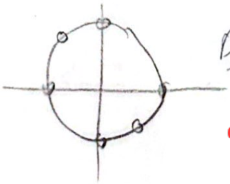
$[x] \neq ۳$ ✓ $\quad x \notin [۳, ۴)$

$[x] \neq -۱ \quad x \notin [-۱, ۰)$

$D_f = \mathbb{R} - [۳, ۴) - [-۱, ۰)$

۸-

الف) $y = \dfrac{\cot x+۱}{\tan x+۱}$ $\quad \tan x+۱ \neq ۰ \quad \tan x \neq -۱$

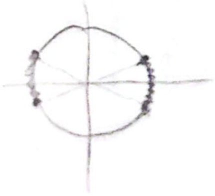


$D_f: \mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{۲}, k\pi - \frac{\pi}{۴}\}$ ✓

ب) $y = \sqrt{۱-۴\sin^۲x}$ $\quad ۱-۴\sin^۲x \geq ۰ \quad ۴\sin^۲x \leq ۱ \quad \sin^۲x \leq \frac{۱}{۴} \quad -\frac{۱}{۲} \leq \sin x \leq \frac{۱}{۲}$

G

$D_f = [k\pi - \frac{\pi}{۶}, k\pi + \frac{\pi}{۶}]$



۹-

$\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}}$ $\quad x-1>۰ \quad x>1$ (I)

$1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\geq ۰ \quad \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\leq 1$ ✓ $\quad x-1\geq \frac{1}{۲}$

$x\geq \frac{۳}{۲}$ (II)

$=$ (I) $\cap$ (II) $= [\frac{۳}{۲}, +\infty)$

(۳)

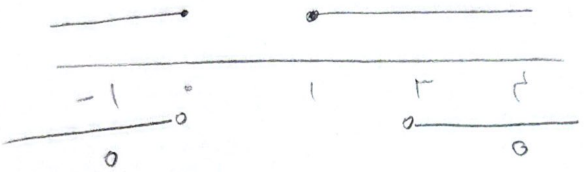
ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_{۴}^{x^۲-۳x}}$ $\quad x^۲-x\geq ۰$

$x(x-1)\geq ۰$ $\quad$ ۰ ۱ : + − + (I)

$x^۲-۳x>۰ \quad x(x-۳)>۰$ $\quad$ ۰ ۳ : + − + (II)

$1\neq \log_{۴}^{x^۲-۳x} \quad x^۲-۳x\neq ۴ \quad x^۲-۳x-۴\neq ۰$

$(x-۴)(x+1)\neq ۰ \quad x\neq ۴ \quad x\neq -1$ (III)



$D_f=\left((-\infty,۰)-\{-1\}\right)\cup\left((۳,+\infty)-\{۴\}\right)$

۱۰-

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸}$ $\quad ۲^{۴x-x^۲}\geq ۸ \quad ۴x-x^۲\geq ۳$

$x^۲-۴x+۳\leq ۰$

$(x-۳)(x-1)\leq ۰$ $\quad$ ۱ ۳ : + − +

(۵)

$D_f=[1,۳]$

ب) $y=\left(\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)!$ $\quad \dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \quad x\in -\dfrac{۴w-۵}{۲w-۳}$

$D_f=\left\{x \mid x=\dfrac{-۴h+۵}{۲h-۳}, h\in W\right\}$