هستی باقری ⓴ تکالیف شماره ۲۰ یازدهم دختر C

①

$\alpha=۳\beta \rightarrow \alpha+\beta=۴\beta \xrightarrow{\alpha+\beta=\frac{-b}{a}} ۴\beta=\frac{a}{۳}$

$\alpha\times\beta=۳\beta^۲ \qquad ۳\beta^۲=\frac{۴}{۳} \rightarrow \beta^۲=\frac{۴}{۹} \rightarrow \beta=\pm\frac{۲}{۳}$

✓

$\xrightarrow{\beta=\frac{۲}{۳}} \alpha=۳\times\frac{۲}{۳}=۲ \qquad ۲+\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۳} \Rightarrow \frac{۸}{۳}=\frac{a}{۳} \rightarrow a_۱=۸$

$\xrightarrow{\beta=\frac{-۲}{۳}} \alpha=۳\times\frac{-۲}{۳}=-۲ \qquad -۲-\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۳} \Rightarrow \frac{-۸}{۳}=\frac{a}{۳} \rightarrow a_۲=-۸$

$a_۱-a_۲=۸-(-۸)=$ ⑯

②

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵ \longrightarrow \frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵ \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵ \rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\frac{۱}{۶}}=۵$

$\boxed{\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳۶} \qquad \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{m+۱۴}{۳۶}} \longrightarrow \alpha+\beta+۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}=\frac{۲۵}{۳۶}$

✓

$\Rightarrow \frac{m+۱۴}{۳۶}=\frac{۲۵}{۳۶}-\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱۳}{۳۶} \Longrightarrow m+۱۴=۱۳ \rightarrow m=-۱$

$mx^۲+۳x+۲=۰ \longrightarrow -x^۲+۳x+۲=۰ \qquad \frac{c}{a}=$ (-۲)

③

$(\alpha+\beta)^۲=۱ \longrightarrow \alpha^۲+\beta^۲+۲\alpha\beta=۱ \longrightarrow \left.\begin{array}{l}\alpha^۲+\beta^۲=۵\\ \alpha+\beta=۱\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l}\alpha=۲\\ \beta=-۱\end{array}$

✓

$۴\times(-۱)^۳+k+۹-۲=۰ \longrightarrow \boxed{k=-۳}$ ✓

$۴\times۸+۴k-۱۸-۲=۰ \longrightarrow \boxed{k=-۳}$ ✓

$۳α^۲ + ۲α^۲ = ۲/۵α^۲ + ۲/۵β^۲ + ۰/۵α^۲ - ۰/۵β^۲$ ④

$\frac{۵}{۲}(α^۲+β^۲) + \frac{۱}{۲}(α^۲+β^۲)$ $\qquad α^۲+β^۲ = S^۲ - ۲P \to ۳۶ - ۲a$

$α^۲+β^۲ = (α+β)(α-β) = -۶(-\sqrt{۳۶-۴a}) = ۶\sqrt{۳۶-۴a}$

$\frac{۵}{۲}(α^۲+β^۲) + \frac{۱}{۲}(α^۲-β^۲) \to ۹۰ - ۵a + ۳\sqrt{۳۶-۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۹۰ - ۵α = ۸۵ \to α = ۱$ $\qquad ۳\sqrt{۳۶-۴α} = ۱۲\sqrt{۲} \Rightarrow \boxed{a = ۱}$

$x^۲ = t$ $\qquad x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \to t^۲ - ۷t - ۵ = ۰$ ⑤

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{Δ}}{۲a} \begin{cases} \to t = \frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \to x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \to S = ۰ , \ P = \frac{-۷-\sqrt{۶۹}}{۲} \\ \to t = \frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲} \to \text{غ ق ق} \end{cases}$$

چون منفی است و $+t$ مثبت است.

$$۲P^۲ - \cancelto{۰}{۳PS} + \cancel{۲S} = \left(\frac{-۷-\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ \times ۲ = \frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴} \times ۲ = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$$

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \to$ ریشه‌ها $\to α, β \to α+β = \frac{-۱}{۲} , α \times β = \frac{-۳}{a}$ ⑥

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \to α + \frac{۱}{۲} + β + \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \to α + β + ۱ = \frac{a}{۲}$

$\to α + β = \frac{a-۲}{۲} \Rightarrow a = ۱$

$(\frac{۱}{۲}+α)(\frac{۱}{۲}+β) = \frac{۱}{۴} + \underbrace{(α+β)}_{\frac{-۱}{۲}}\frac{۱}{۲} + \underbrace{αβ}_{-۳} = \frac{b}{۲} \to \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} - \frac{۱۲}{۴} = \frac{b}{۲}$

$\to b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{۱ \times -۶}{۴}\right] = \left[\frac{-۳}{۲}\right] = \boxed{-۲}$

---

⑦

$ax^۲ - ax - b = ۰ \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^۲ - a\alpha - b = ۰$

$\xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ - a\beta - b = ۰ \longrightarrow \beta^۲ - \beta = \frac{b}{a}$

$\to S = ۱$

$\to P = \frac{-b}{a}$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۲۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ + ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta$

ص)

$۲۰(S^۲ - ۲P) + ۲۰(\beta^۲ - \beta) \to ۲۰\left(۱ + \frac{۲b}{a}\right) + ۲۰\left(\frac{b}{a}\right) = ۲۰ + ۴۰\frac{b}{a} + ۲۰\frac{b}{a}$

$= ۲۰ + ۶۰\frac{b}{a} = ۱۷ \to \frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰}$

اختلاف ریشه $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^۲ + ۴ab}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^۲ - \frac{a^۲}{۵}}}{|a|} = \frac{\cancel{|a|}\sqrt{\frac{۴}{۵}}}{\cancel{|a|}} = \sqrt{\frac{۴}{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

---

⑧

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \longrightarrow$ ریشه‌ها: $۲m+۱ , ۲m-۱$

$x^۲ - (۳a+۱)x + b = ۰ \longrightarrow$ ریشه‌ها: $۲n , ۲n+۲$

ص)

$a = ۲m+۱ \times ۲m-۱ = ۴m^۲ - ۱$

$a + ۱ = ۴m \to a = ۴m - ۱$

$\Rightarrow ۴m^۲ - ۱ = ۴m - ۱ \to m^۲ - m = ۰ \to m(m-۱) = ۰ \to m = ۱$

$\to m = ۰$

$\boxed{a = ۳}$

$b = ۴n^۲ + ۴n$

$|b - a| = |۲۴ - ۳| = ㉑$

$۳a + ۱ = ۴n + ۲ \to ۱۰ = ۴n + ۲ \to n = ۲ \to \boxed{b = ۲۴}$

---

⑨

$\alpha + \beta = -۱ \qquad \alpha \times \beta = -۱ - m^۲$

ص)

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۱ - ۲(-m^۲ - ۱) = ۳ + ۲m^۲ \qquad m^۲ = ۰$

$۳ + ۲m^۲ \xrightarrow{m=۰} ③$

---

(۲) (۱۰)

$S\left|\begin{matrix}-۱\\ ۱\end{matrix}\right.$ $y=a(x+۱)^۲+۱ \xrightarrow{(x,۰)} ۰=a(x^۲+۱+۲x)+۱$

$\longrightarrow ۰=ax^۲+۲ax+a+۱$ $\alpha+\beta=\frac{-۲a}{a}=-۲$ $\alpha\times\beta=\frac{a+۱}{a}$

$(\alpha+\beta)^۲=\underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{۵}+۲\alpha\beta=۴\longrightarrow ۲\alpha\beta=-۱\longrightarrow\alpha\beta=\frac{-۱}{۲}$ $\frac{a+۱}{a}=\frac{-۱}{۲}$

$\hookrightarrow a=\frac{-۲}{۳}$

$y=\frac{-۲}{۳}(x+۱)^۲+۱\xrightarrow{x=۰}y=\frac{-۲}{۳}+۱\longrightarrow\boxed{y=\frac{۱}{۳}}$