پاسخنامه تشریحی　　　　تکلیف کد ۱۹　　　　یازدهم دختری

①

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$

$\alpha ، \beta = ۳\alpha \rightarrow \alpha\beta = ۳\alpha^۲ = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \alpha^۲ = \frac{۴}{۹} \rightarrow \alpha = \frac{۲}{۳}$

$\alpha = \frac{-۲}{۳}$

$\alpha = \frac{۲}{۳} \rightarrow \beta = ۲ \rightarrow \alpha + \beta = a = ۲\,\frac{۲}{۳} = \boxed{\frac{۸}{۳}}$

$\alpha = \frac{-۲}{۳} \rightarrow \beta = -۲ \rightarrow \alpha + \beta = a = -۲ - \frac{۲}{۳} = \boxed{\frac{-۸}{۳}}$

اختلاف دو مقدار $\rightarrow \frac{۸}{۳} - \left(-\frac{۸}{۳}\right) = \boxed{\frac{۱۶}{۳}}$

②

$۳۶x^۲ - (m + ۱۴)x + ۱ = ۰$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \rightarrow \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\underset{\frac{۱}{۶}}{\cancel{\sqrt{\alpha\beta}}}} = ۵ \rightarrow \left(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \frac{۵}{۶}\right)^۲$

$\alpha + \beta + ۲\underset{\frac{۲}{۶}}{\cancel{\sqrt{\alpha\beta}}} = \frac{۲۵}{۳۶}$

$\alpha + \beta = \frac{-(-m - ۱۴)}{۳۶} = \frac{۱۳}{۳۶}$

$m + ۱۴ = ۱۳ \rightarrow \boxed{m = -۱}$

در معادله $mx^۲+۳x+۲=۰$ ← $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$

---

③ $۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$

α و β علاوه بر ریشه های معادله بالا ریشه های معادله ساخته شده زیر هم هستند

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=۱\\ \alpha\beta=-۲\end{array}\right\} \rightarrow x^۲ - Sx + P = ۰ \rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰$$

$$(x-۲)(x+۱)=۰ \rightarrow \boxed{x=-۱},\ \boxed{x=۲}$$

↳ همه این ها ریشه معادله اول هستند ← جاگذاری می کنیم

$x=۲ \rightarrow \underset{۳۲}{۴(۸)} + ۴k - ۱۸ - ۲ = ۰$

$۱۲ + ۴k = ۰ \rightarrow ۴k = -۱۲ \rightarrow \boxed{k=-۳}$

---

④ $x^۲ + ۶x + a = ۰ \rightarrow a = \alpha\beta$

$\alpha < \beta < ۰$

$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow \alpha^۲ + ۲(\alpha^۲+\beta^۲) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۳۶ - ۲a \rightarrow$ مشکلی ندارد

$\Delta = ۳۶ - ۴a \rightarrow \alpha = \frac{-۶ - \sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \rightarrow \alpha^۲ = \frac{۷۲ - ۴a + ۱۲\sqrt{۳۶-۴a}}{۴}$

$\alpha^۲ = ۱۸ - a + ۳\sqrt{۳۶-۴a}$

$\cancel{۱۸} - a + ۳\sqrt{۳۶-۴a} + \cancel{۷۲} - ۴a = \cancel{۸۵} + ۱۲\sqrt{۲}$

$\underline{۳\sqrt{۳۶-۴a} - ۵a} = \underline{۱۲\sqrt{۲} - ۵} \rightarrow \boxed{a=۱}$

---

⑤ $x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰$

$x^۲ = t \rightarrow t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow \Delta = ۴۹ + ۲۰ = ۶۹ \rightarrow t_۱ = \frac{۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}$

$\overline{\text{غ ق ق}} \leftarrow x^۲ < ۰ \leftarrow t_۱ < ۰$

$$t_۲ = \frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow x^۲ = \frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \begin{cases} \nearrow x_۱ = \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \\ \searrow x_۲ = -\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \end{cases}$$

$$۲p^۲ - ۴sp + ۲s \rightarrow s = ۰ \rightarrow ۲p^۲ = ۲\left(-\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)\right)^۲ =$$

$$\boxed{۵۸ + ۷\sqrt{۶۹}} = ۲\left(\frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}\right)$$

$$۲x^۲ - ax + b = ۰ \quad \alpha, \beta \rightarrow \alpha\beta = \frac{b}{۲} ، \alpha+\beta = \frac{a}{۲}$$ ⑥

$$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \quad (\alpha - ۰٫۵) ، (\beta - ۰٫۵) \rightarrow (\alpha - ۰٫۵)(\beta - ۰٫۵) =$$

$$\frac{b}{۲} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{a}{۲}\right) + \frac{۱}{۴} = \frac{-۳}{a}$$

$$\alpha - ۰٫۵ + \beta - ۰٫۵ = \alpha + \beta - ۱ =$$

$$\frac{-a}{۲a} = \frac{a}{۲} - ۱$$

$$\frac{۲b - a + ۱}{۴} = \frac{-۳}{a}$$

$$\frac{-۱}{۲} = \frac{a-۲}{۲} \rightarrow ۲a - ۴ = -۲$$

$$\boxed{a = ۱}$$

$$\frac{b}{۲} = -۳$$

$$\boxed{b = -۶}$$

$$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{-۲}$$

$$ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow \alpha + \beta = ۱ ، \alpha\beta = \frac{-b}{a}$$ ⑦

$$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$$

$$۲\beta^۲ + \alpha^۲ - \beta = \frac{۱۷}{۲۰} \rightarrow (\alpha^۲ \cancel{+ \beta^۲}) + \overset{\frac{b}{a}}{\cancel{\beta^۲ - \beta}} = \frac{۱۷}{۲۰}$$

$$۱ - ۲\left(\frac{-b}{a}\right) = \frac{a + ۲b}{a} \searrow$$

$$a\beta^۲ - a\beta = b \rightarrow \beta^۲ - \beta = \frac{b}{a} \qquad \frac{a + ۳b}{a} = \frac{۱۷}{۲۰}$$

$\frac{a+۳b}{a} = \frac{۱۷}{۲۰} \to ۲۰a + ۶۰b = ۱۷a \to ۳a = -۶۰b \to a = -۲۰b$

$\frac{-b}{a} = \frac{۱}{۲۰}$

$\alpha+\beta = ۱ \text{ ، } \alpha\beta = \frac{۱}{۲۰} \to x^۲ - x + \frac{۱}{۲۰} = ۰$

$|\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{۱-۴(\frac{۱}{۲۰})}{۱} = \boxed{\frac{۴}{۵}}$

---

⑧

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \Rightarrow (\alpha-\beta) = ۲ \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = ۲$

$\sqrt{(a+۱)^۲ - ۴a} = ۲$

$a^۲ - ۲a + ۱ = ۴$

$a^۲ - ۲a - ۳ = ۰ \to (a-۳)(a+۱) = ۰$

$a = ۳$

$a = -۱$

$a = ۳ \to x^۲ - ۴x + ۳ = ۰ \to (x-۱)(x-۳) = ۰ \to x = ۱ \text{ , } x = ۳$

$a = -۱ \to x^۲ - ۱ = ۰ \to x = ۱ \text{ , } x = -۱ \to$ غ‌ق‌ق → دو عدد فرد متوالی

طبیعی

$a = ۳ \to x^۲ - (۳a+۱) + b = ۰ \to x^۲ - ۱۰x + b = ۰$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = ۲ \to \sqrt{\Delta} = ۲ \to \Delta = ۴ \to ۱۰۰ - ۴b = ۴$

$b = ۲۴$

$x^۲ - ۱۰x + ۲۴ = ۰ \to (x-۶)(x-۴) = ۰ \to x = ۶ \text{ , } x = ۴$

$(۴ \times ۶) - (۱ \times ۳) = ۲۴ - ۳ = ۲۱$

---

⑨

$x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰$ $\qquad \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P =$

$۱ - ۲(-۱ - m^۲) =$

$۲m^۲ + ۳ \to \min \Big| \frac{-b}{۲a} = ۰$ ← کمترین مقدار در صورتی است که m صفر باشد ← ③

$۰ \to$ ③

⑮ دو نقطه با عرض یکسان روی یک سهمی اند که طول راس سهمی برابر میانگین طول آنها است ← $\frac{-۵+۳}{۲} = \boxed{-۱}$

$A(۳، y)$

$B(-۵، y)$

عرض راس سهمی ← ۱

$$y = a(x - x_S)^۲ + y_S \rightarrow y = a(x+۱)^۲ + ۱$$

$$y = ax^۲ + ۲ax + a + ۱$$

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = (-۲)^۲ - ۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = ۵$$

$$\frac{a+۱}{a} = \frac{-۱}{۲} \rightarrow ۲a + ۲ = -a$$

$$۳a = -۲ \rightarrow \boxed{a = \frac{-۲}{۳}}$$

$$y = \frac{-۲}{۳}x^۲ - \frac{۴}{۳}x + \frac{۱}{۳} \rightarrow x = ۰ \rightarrow \boxed{y = \frac{۱}{۳}}$$