(۱) $P=\frac{۴}{۳}=\alpha\times۳\alpha\longrightarrow\frac{۴}{۹}=\alpha^۲\longrightarrow\alpha=\pm\frac{۲}{۳}$

$S=\frac{a}{۳}=\pm\frac{۸}{۳}\longrightarrow a=\pm۸$

ریشه: $\underbrace{\alpha}_{\pm\frac{۲}{۳}},\ \underbrace{۳\alpha}_{\pm\frac{۶}{۳}}\xrightarrow{\text{اختلاف}}۱۶$

---

(۲) $S=\frac{m+۱۴}{۳۶}\quad P=\frac{۱}{۳۶}\quad\frac{۱}{\alpha}\to\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}\Rightarrow\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵\to\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵$

$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=t\to t^۲=\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}=\frac{m+۱۴}{۳۶}+\frac{۲}{۶}=\frac{m+۲۶}{۳۶}$

$\frac{\frac{\sqrt{m+۲۶}}{۶}}{\frac{۱}{۶}}=۵\to m+۲۶=۲۵\to m=-۱\longrightarrow P=\frac{۲}{m}=-۲$

---

(۳) $P=-۲\quad S=۱\longrightarrow x^۲-x-۲=0\to(x-۲)(x+۱)=0$

$x=-۱,۲\xrightarrow{x=-۱}-۶+k+۹-۳=0\to k=۳$

---

(۴) $\alpha=\frac{-۶-\sqrt{۴(۹-a)}}{۲}=-۳-\sqrt{۹-a}\quad\beta=\frac{-۶+\sqrt{۴(۹-a)}}{۲}=-۳+\sqrt{۹-a}$

$\alpha^۲=۹+(۹-a)+۶\sqrt{۹-a}=۱۸-a+۶\sqrt{۹-a}\quad ۳\alpha^۲=۵۴-۳a+۱۸\sqrt{۹-a}$

$\beta^۲=۹+(۹-a)-۶\sqrt{۹-a}=۱۸-a-۶\sqrt{۹-a}\to ۲\beta^۲=۳۶-۲a-۱۲\sqrt{۹-a}$

$\xrightarrow{+}۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۹۰-۵a+۶\sqrt{۹-a}\to ۹۰-۵a=۸۵\to a=۱$

$۶\sqrt{۹-a}=۱۲\sqrt{۲}\to a=۱,۱۷)\ a=۱$

---

(۵) $t^۲-۷t-۵=0\to t=\frac{۷\pm\sqrt{۶۹}}{۲}\to x=\pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$ ⟨ $S=0$; $P=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$P^۲=\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}=\frac{۱۱۸+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}=۵۹+۷\sqrt{۶۹}$

$۲x^۲-ax+b=0\longrightarrow$ ریشه: α $\quad ۲ax^۲+ax-۶=0\longrightarrow$ ریشه: α'

$\alpha=\alpha'+\frac{۱}{۲}\longrightarrow ۲(\alpha'+\frac{۱}{۲})^۲-a(\alpha'+\frac{۱}{۲})+b=۲ax^۲+ax-۶$

$۲\alpha'^۲+۲\alpha'+\frac{۱}{۲}-a\alpha'-\frac{a}{۲}+b=۲ax^۲+ax-۶\to ۲\alpha'^۲+(۲-a)\alpha'+\frac{۱}{۲}-\frac{a}{۲}+b$

$=۲ax^۲+ax-۶\to ۲a=۲\to a=۱\to\frac{۱}{۲}-\frac{a}{۲}+b=-۶\to b=-۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=-۲$

(۶)

---

(۷) $ax^۲-ax-b=0\quad ۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷\to ۲\beta^۲+\alpha^۲-\beta=\frac{۱۷}{۲۰}$

$\alpha+\beta=\frac{a}{a}=۱\to\alpha=۱-\beta\quad\alpha\beta=-\frac{b}{a}\quad ۲\beta^۲+(۱-\beta)^۲-\beta=\frac{۱۷}{۲۰}$

$۳\beta^۲-۳\beta+۱=\frac{۱۷}{۲۰}\to ۳\beta^۲-۳\beta+\frac{۳}{۲۰}=0$

$۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=b\to(\alpha-\beta)^۲=\alpha^۲+\beta^۲-۲\alpha\beta\to(\alpha+\beta)^۲-۴\alpha\beta$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲۰}\to(\alpha-\beta)^۲=۱-۴(\frac{۱}{۲۰})\to(\alpha-\beta)^۲=\frac{۴}{۵}\to\alpha-\beta=\frac{۲}{\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

---

(۸) $\beta=\alpha+۲\ \begin{cases}\alpha+\beta=۲\alpha+۲=\frac{a+۱}{۱}\\ \alpha.\beta=\alpha^۲+۲\alpha=a\end{cases}\to\begin{cases}\cancel{۲\alpha+۲=a+۱}\\ \alpha^۲+۲\alpha=a\end{cases}\to a^۲-۲=-۱\to a=\pm۱$

✓ + ✗ −

$\alpha^۲+۲\alpha=a\to a=۳$

$x^۲-۱۰x+b=0\to\beta'=\alpha'+۲\begin{cases}\alpha'+\beta'=۲\alpha'+۲=۱۰\to ۲\alpha'+۲=۱۰\to\alpha'=۴\\ \alpha'.\beta'=۴(۶)=۲۴=b\end{cases}$

$(\alpha'\beta')-(\alpha.\beta)=۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

---

(۹) $\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۱+۲+۲m^۲=۲m^۲+۳\xrightarrow{m=0}۳$

[illegible]

---

(۱۰) $P=-\frac{۱}{۲}\leftarrow ۴-۲P=۵\leftarrow S^۲-۲P=۵$

رأس $x=-\frac{۵+۳}{۲}=۱$

رأس $y=۱$ $\Longrightarrow y=a(x+۱)^۲+۱=ax^۲+۲ax+a+۱$ ⟨ $S=-۲$; $P=\frac{a+۱}{a}=-\frac{۱}{۲}$

$a=-\frac{۲}{۳}\leftarrow ۲a+۲=-a$