۱) $P=\frac{۴}{۳}=\alpha\times ۳\alpha \to \frac{۴}{۹}=\alpha^۲ \to \alpha=\pm\frac{۲}{۳}$

$S=\frac{a}{۳}=\pm\frac{۸}{۳}\to a=\pm۸$

ریشه: $\alpha\,,\,۳\alpha$ ؛ $\pm\frac{۲}{۳}\,,\,\pm\frac{۶}{۳}\xrightarrow{\text{اختلاف}}۱۶$

۲

---

۲) $S=\frac{m+۱۴}{۳۶}$ $P=\frac{۱}{۳۶}$ $\frac{۱}{\alpha}\to\frac{۱}{\sqrt\alpha}\Rightarrow\frac{۱}{\sqrt\alpha}+\frac{۱}{\sqrt\beta}=۵\to\frac{\sqrt\alpha+\sqrt\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵$

$\sqrt\alpha+\sqrt\beta=t\to t^۲=\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}=\frac{m+۱۴}{۳۶}+\frac{۲}{۶}=\frac{m+۲۶}{۳۶}$

$\frac{\frac{\sqrt{m+۲۶}}{۶}}{\frac{۱}{۶}}=۵\to m+۲۶=۲۵\to m=-۱\to P=\frac{۲}{m}=-۲$

۲

---

۳) $P=-۲$ $S=۱\to x^۲-x-۲=0\to(x-۲)(x+۱)=0$

$x=-۱,۲\xrightarrow{x=-۱}-۲+k+۹-۳=0\to k=\cancel{۴}$ $-۴$

۱٫۷۵

---

۴) $\alpha=\frac{-۶-\sqrt{۴(۹-a)}}{۲}=-۳-\sqrt{۹-a}$ $\beta=\frac{-۶+\sqrt{۴(۹-a)}}{۲}=-۳+\sqrt{۹-a}$

$\alpha^۲=۹+(۹-a)+۶\sqrt{۹-a}=۱۸-a+۶\sqrt{۹-a}$ $۳\alpha^۲=۵۴-۳a+۱۸\sqrt{۹-a}$

$\beta^۲=۹+(۹-a)-۶\sqrt{۹-a}=۱۸-a-۶\sqrt{۹-a}\to ۲\beta^۲=۳۶-۲a-۱۲\sqrt{۹-a}$

$\to ۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۹۰-۵a+۶\sqrt{۹-a}\to ۹۰-۵a=۸۵\to a=۱$

$۶\sqrt{۹-a}=۱۲\sqrt{۲}\to a=۱,۱۷$ ) $a=۱$

۲

---

۵) $t^۲-۷t-۵=0\to t=\frac{۷\pm\sqrt{۶۹}}{۲}\to x=\pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$ ؛ $S=0$ ، $P=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$P^۲=\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}=\frac{۱۱۸+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}=۵۹+۷\sqrt{۶۹}$

۲

---

۶) $۲x^۲-ax+b=0\to$ ریشه $=\alpha$ $۲ax^۲+ax-۶=0\to$ ریشه $=\alpha'$

$\alpha=\alpha'+\frac{۱}{۲}\to ۲(\alpha'+\frac{۱}{۲})^۲-a(\alpha'+\frac{۱}{۲})+b=۲ax^۲+ax-۶$

$۲\alpha'^۲+۲\alpha'+\frac{۱}{۲}-a\alpha'-\frac{a}{۲}+b=۲ax^۲+ax-۶\to ۲\alpha'^۲+(۲-a)\alpha'+\frac{۱}{۲}-\frac{a}{۲}+b$

$=۲ax^۲+ax-۶\to ۲a=۲\to a=۱\to\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}+b=-۶\to b=-۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=-۲$

۲

---

۷) $ax^۲-ax-b=0$ $۴\beta^۳+۲\alpha^۲-۲\beta=۱۷\to ۲\beta^۲+\alpha^۲-\beta=\frac{۱۷}{۲۰}$

$\alpha+\beta=\frac{a}{a}=۱\to\alpha=۱-\beta$ $\alpha\beta=-\frac{b}{a}$ $۲\beta^۲+(۱-\beta)^۲-\beta=\frac{۱۷}{۲۰}$

$۳\beta^۲-۳\beta+۱=\frac{۱۷}{۲۰}\to ۳\beta^۲-۳\beta+\frac{۳}{۲۰}$

$۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=0\to(\alpha-\beta)^۲=\alpha^۲+\beta^۲-۲\alpha\beta=(\alpha+\beta)^۲-۴\alpha\beta$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲۰}\to(\alpha-\beta)^۲=۱-۴(\frac{۱}{۲۰})\to(\alpha-\beta)^۲=\frac{۴}{۵}\to\alpha-\beta=\frac{۲}{\sqrt۵}=\frac{۲\sqrt۵}{۵}$

۲

---

۸) $\beta=\alpha+۲$ $\begin{cases}\alpha+\beta=۲\alpha+۲=\frac{a+۱}{۱}\\ \alpha\cdot\beta=\alpha^۲+۲\alpha=a\end{cases}\to\begin{cases}۲\alpha+۲=a+۱\\ \alpha^۲+۲\alpha=a\end{cases}\to a^۲-۲=-۱\to a=\pm۱$

$\checkmark\,+$ ، $\times\,-$

$\alpha^۲+۲\alpha=a\to a=۳$

$x^۲-۱۰x+b=0\to\beta'=\alpha'+۲\begin{cases}\alpha'+\beta'=۲\alpha'+۲=۱۰\to ۲\alpha'+۲=۱۰\to\alpha'=۴\\ \alpha'\cdot\beta'=۴(۶)=۲۴=b\end{cases}$

$(\alpha'\beta')-(\alpha\beta)=۲۴-۳=۲۱$

۲

---

۹) $\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۱+۲+۲m^۲=۲m^۲+۳\xrightarrow{m=0}۳$

۲

علی صوراسی ۱۹٫۲۵

---

۱۰) $P=-\frac{۱}{۲}\leftarrow ۴-۲P=۵\leftarrow S^۲-۲P=۵$

طول رأس $=-\frac{۵+۳}{۲}=-۱$

عرض رأس $=۱$ $\Longrightarrow y=a(x+۱)^۲+۱=ax^۲+۲ax+a+۱$ ؛ $S=-۲$ ، $P=\frac{a+۱}{a}=-\frac{۱}{۲}$

$y=ax^۲+۲ax+a+۱$

$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P\to a=\frac{-۲}{۳}$ ؛ $a=-\frac{۲}{۳}\leftarrow ۲a+۲=-a$

$a+۱=\frac{۱}{۳}\leftarrow$ عرض از مبدأ

~~۱٫۵~~