نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۹.. کلاس ....

۲۰

۱

$3x^2 - ax + 4 = 0 \Rightarrow \alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha = 3 \times \pm\frac{2}{3} = \pm 2$

$\frac{c}{a} = P \Rightarrow P = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{4}{3} \Rightarrow 3\beta \times \beta = 3\beta^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \beta = \pm\frac{2}{3}$

$\text{if } \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{a}{3} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{a}{3} \Rightarrow 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow \boxed{a = 8}$ جواب

$\text{if } \beta = -\frac{2}{3} \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{a}{3} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{a}{3} \Rightarrow -2 - \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow \boxed{a = -8}$

$8 - (-8) = 16$ جواب

۵

۲

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = 25 \Rightarrow S = \frac{m+12}{36} , P = \frac{1}{36}$

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = 25 \Rightarrow m + 12 + 12 = 25 \Rightarrow m = -1$

$mx^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 2 = 0$

$P = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = -2$ جواب

۵

۳

ریشه‌های معادله $\alpha , \beta \Rightarrow x^2 - Sx + P \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 , \Rightarrow x = 2$

$\xrightarrow{x=-1} 4(-1)^3 + k(-1)^2 - 9(-1) - 2 = 0 \Rightarrow -4 + k + 9 - 2 \Rightarrow \boxed{k = -3}$ جواب

۵

۴

$x^2 + 6x + a = 0 \quad \alpha < \beta < 0 \quad 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$

جواب‌های معادله $\Rightarrow \frac{-6 - \sqrt{36-4a}}{2} = -3 - \sqrt{9-a} \quad , \quad \frac{-6 + \sqrt{36-4a}}{2} = -3 + \sqrt{9-a}$

$\alpha < \beta \Rightarrow \alpha = -3 - \sqrt{9-a} \quad , \quad \beta = -3 + \sqrt{9-a}$

$3\alpha^2 = 3(-3 - \sqrt{9-a})^2 = 54 - 3a + 18\sqrt{9-a}$

$2\beta^2 = 2(-3 + \sqrt{9-a})^2 = 36 - 2a - 12\sqrt{9-a}$

$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 90 - 5a + 6\sqrt{9-a} \Rightarrow 90 - 5a + 6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2} + 85 \Rightarrow \boxed{a = 1}$ جواب

۵

۵

$x^4 - 7x^2 - 5 = 0 \qquad 2P^2 - 3SP + 2S$

$x^2 = t , x^2 \geq 0 \Rightarrow t^2 - 7t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{7+\sqrt{69}}{2} , t = \frac{7-\sqrt{69}}{2} < 0$ غ‌ق‌ق

جواب معادله

$x_1 = \sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} , x_2 = -\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}$

$P = x_1x_2 = -\left(\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}\right)^2 = \frac{-7+\sqrt{69}}{2} \qquad S = x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} - \sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} = 0$

$2P^2 - 3SP + 2S = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{-7+\sqrt{69}}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{49+69+14\sqrt{69}}{2}\right) = \boxed{59 + 7\sqrt{69}}$ جواب

۵

① $2x^2-ax+b=0 \Rightarrow \alpha+\frac{1}{2}\,,\,\beta+\frac{1}{2}$ ریشه و ② $2ax^2+ax-6=0 \Rightarrow \alpha\,,\,\beta$: ریشه ② $\Rightarrow \alpha+\beta=-\frac{b}{a}\,,\,\frac{-a}{2a}=-\frac{1}{2}$ ① $\Rightarrow \alpha+\frac{1}{2}+\beta+\frac{1}{2}=\alpha+\beta+1=\frac{a}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}+1=\frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{a}{2} \Rightarrow a=1$ $(\alpha+\frac{1}{2})(\beta+\frac{1}{2})=\alpha\beta+\frac{1}{2}(\alpha+\beta)+\frac{1}{4}=\frac{b}{2} \to -\frac{3}{a}+\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}=\frac{b}{2} \overset{a=1}{\Longrightarrow}$ $-3-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{b}{2} \Rightarrow b=-6$ $\left[\frac{ab}{4}\right] \to \left[\frac{1(-6)}{4}\right]=[-1.5]=-2$ ← جواب	۶
$ax^2-ax-b=0$ ↳ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{a}{a}=1 \Rightarrow \beta=1-\alpha$ $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$ ↳ $40(1-\alpha)^2+20\alpha^2-20(1-\alpha)=17$ $\Rightarrow 60\alpha^2-60\alpha+20=17$ $\Rightarrow 60\alpha^2-60\alpha+3=0$ $\div 3 \Rightarrow 20\alpha^2-20\alpha+1=0 \Rightarrow S=1\,,\,P=\frac{1}{20}$ $\lvert\alpha-\beta\rvert=\sqrt{S^2-4P}=\sqrt{1-\frac{4}{20}}$ ($\frac{1}{5}$) $=\frac{2}{\sqrt{5}}$ → جواب	۷
① $x^2-(a+1)x+a=0$ → ریشه: دو عدد فرد متوالی ↳ $n\,,\,n+2$ $S=n+n+2=2n+2=a+1 \Rightarrow a=2n+1$ $P=n(n+2)=n^2+2n=a \overset{a=2n+1}{\Longrightarrow} n^2+\cancel{2n}=\cancel{2n}+1$ $n^2=1 \Rightarrow n=\pm1$ ق ق پس ریشه‌ها : $1\,,\,3$ → $a=3$ ② $x^2-(3a+1)x+b=0$ → ریشه: دو عدد زوج متوالی ② $2k\,,\,2k+2$ $S=4k+2=3a+1 \overset{a=3}{\Longrightarrow} 4k+2=10 \Rightarrow k=2$ ریشه‌ها : $4\,,\,6 \Rightarrow b=24$ اختلاف حاصل ضرب $=\lvert(3\times1)-(6\times4)\rvert=21$ ← جواب	۸
$x^2+x-1-m^2=0 \quad \alpha^2+\beta^2=?$ $x^2+x-(1+m^2)=0$ $a+b=-1 \Rightarrow ab=-(1+m^2)$ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \Rightarrow (-1)^2-2(-(1+m^2))=3+2m^2$ کمترین مقدار وقتی است که $m^2=0$ باشد پس داریم: $3+2m^2 \xrightarrow{m=0} 3+2(0)^2=3$ ← جواب	۹
$A(3,y)\,,\,B(-5,y)$ عرض رأس سهمی $=1$ $\alpha^2+\beta^2=5$ ↳ $x_s=\frac{3-5}{2}=-1$ چون هم‌عرض‌اند $y=a(x-h)^2+k \Rightarrow y=a(x+1)^2+1 \Rightarrow y=ax^2+2ax+a+1$ $\alpha^2+\beta^2=5 \Rightarrow (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5 \Rightarrow 4-2(\frac{a+1}{a})=5$ $\frac{a+1}{a}=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2a+2=-a$ $3a=-2$ $a=-\frac{2}{3}$ عرض از مبدأ؟ $\Rightarrow a+1=-\frac{2}{3}+1=\frac{1}{3}$ ← جواب	۱۰