ترانه طاهریان - یازدهم دختر - تکلیف ۱۹

۲۰

-۱

$$۳x^۲ - ax + ٤ = ۰ \qquad α + ۳α = ۴α = \frac{a}{۳} \qquad α × ۳α = ۳α^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow α^۲ = \frac{۴}{۹}$$

✓

$$۴ × \frac{۲}{۳} = \frac{a}{۳} \Rightarrow a = ۸ \qquad \Rightarrow α = ±\frac{۲}{۳}$$

اختلاف $= ۸ - (-۸) = \boxed{۱۶}$

$$۴ × \frac{-۲}{۳} = \frac{a}{۳} \Rightarrow a = -۸$$

-۲

$$۳۶x^۲ - (m+۱٤)x + ۱ = ۰ \qquad \frac{۱}{\sqrt{α}} + \frac{۱}{\sqrt{β}} = ۵ \qquad mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \rightsquigarrow \frac{۲}{m} = ?$$

$$\frac{۱}{\sqrt{α}} + \frac{۱}{\sqrt{β}} = \frac{\sqrt{α}+\sqrt{β}}{\underset{\frac{۱}{۶}}{\cancel{\sqrt{αβ}}}} = ۵ \Rightarrow \sqrt{α}+\sqrt{β} = \frac{۵}{۶} \xrightarrow{\text{توان دو}} α+β+۲\sqrt{αβ} = \frac{۲۵}{۳۶}$$

✓

$$\Rightarrow \frac{m+۱٤}{۳۶} + \frac{۲}{۶} = \frac{۲۵}{۳۶}$$

$$αβ = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳۶} \qquad α+β = \frac{-b}{a} = \frac{m+۱٤}{۳۶} \qquad \xrightarrow{×۳۶} m+۱٤+۱۲ = ۲۵ \Rightarrow$$

$$\frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲} \qquad m = -۱$$

-۳

$$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$$

$$\left.\begin{array}{l} α+β = ۱ \\ αβ = -۲ \Rightarrow β = \frac{-۲}{α} \end{array}\right\} \Rightarrow α + \frac{-۲}{α} = ۱ \Rightarrow \frac{α^۲-۲}{α} = ۱ \Rightarrow α^۲ - α - ۲ = ۰$$

✓

$$(α-۲)(α+۱) = ۰ \longrightarrow α = ۲ \,, β = -۱$$

$$\xrightarrow{x=۲} ۳۲ + ۴k - ۱۸ - ۲ = ۰ \Rightarrow ۴k = -۱۲ \Rightarrow \boxed{k = -۳}$$

-٤

$$x^۲ + ۶x + a = ۰ \qquad α < β < ۰ \qquad ۳α^۲ + ۲β^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$Δ = b^۲ - ۴ac = ۳۶ - ۴a \Rightarrow x = \frac{-۶ ± \sqrt{۳۶ - ٤a}}{۲} \xrightarrow{α<β} \begin{array}{l} α = -۳ - \sqrt{۹-a} \\ β = -۳ + \sqrt{۹-a} \end{array}$$

✓

$$\left.\begin{array}{l} ۳α^۲ = ۳(-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ = ۵٤ - ۳a + ۱۸\sqrt{۹-a} \\ ۲β^۲ = ۲(-۳ + \sqrt{۹-a})^۲ = ۳۶ - ۲a - ۱۲\sqrt{۹-a} \end{array}\right\} \Rightarrow ۵۴ - ۳a + ۱۸\sqrt{۹-a} + ۳۶ - ۲a$$

$$-۱۲\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۱۲} + ۸۵ \Rightarrow ۵ - ۱۲\sqrt{۲} = ۵a - ۶\sqrt{۹-a} \Rightarrow a = ۱$$

-

$$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \xrightarrow{x^۲ = t} t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \qquad t = \frac{۷ ± \sqrt{٤۹ + ۲۰}}{۲} \xrightarrow{t > ۰} t = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$$

✓

$$\Rightarrow x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow x = ±\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \rightarrow S = \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} - \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} = ۰$$

$$\hookrightarrow P = \frac{-۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$۲P^۲ - ۳\underset{۰}{\cancel{S}}P + ۲\underset{۰}{\cancel{S}}^۲ = ۲P^۲ = ۲ × \left(\frac{-۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ = \frac{۴۹ + ۶۹ + ۱٤\sqrt{۶۹}}{۲} = \frac{۱۱۸ + ۱٤\sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$= \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$$

۶-

$$۲x^۲ - ax + b = ۰ \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{a}{۲} \\ P = \alpha\beta = \frac{b}{۲} \end{cases}$$

$a = ۱$

$$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \begin{cases} S = \frac{-a}{۲a} = \frac{-۱}{۲} = \alpha + \beta - ۱ \Rightarrow \\ \alpha + \beta = \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \\ P = (\alpha - \frac{۱}{۲})(\beta - \frac{۱}{۲}) = \alpha\beta - \frac{۱}{۲}(\alpha + \beta) \\ + \frac{۱}{۴} = -۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{۲} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} = -۳ \Rightarrow b = -۶$$

$$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{-۲}$$

۷-

$$ax^۲ - ax + b = ۰ \Rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{a}{a} = ۱ \Rightarrow \alpha = ۱ - \beta$$

$$۲۰\beta^۲ + ۲۰(۱ - \beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \Rightarrow ۲۰\beta\underbrace{(\beta - ۱)}_{-\alpha} = -۱ \Rightarrow \alpha\beta = \frac{۱}{۲۰}$$

$$= \frac{-b}{a} \Rightarrow a = -۲۰b \qquad ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow$$

$$-۲۰bx^۲ + ۲۰bx - b = ۰ \qquad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} =$$

$$\frac{\sqrt{۴۰۰b^۲ - ۸۰b^۲}}{|۲۰b|} = \frac{\sqrt{۳۲۰b^۲}}{۲۰b} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

۸-

$x^{۲}-(a+۱)x+a=۰ \rightarrow \alpha , \alpha+۲ \rightarrow$ $S=a+۱=\alpha+\alpha+۲=۲\alpha+۲$

$P=a=\alpha(\alpha+۲)=\alpha^{۲}+۲\alpha$ $\Rightarrow$ (د)

$\alpha^{۲}+\cancel{۲\alpha}+۱=\cancel{۲\alpha}+۲ \Rightarrow \alpha^{۲}=۱$

$\Rightarrow \alpha=\pm ۱$

α فرد و طبیعی است

$a=۱\times ۳=۳ \Leftarrow \alpha=۱$

$x^{۲}-(\underset{۱۰}{\cancel{۳a+۱}})x+b=۰ \rightarrow \beta , \beta+۲$

$S=۱۰=\beta+\beta+۲ \Rightarrow ۲\beta=۸ \Rightarrow \beta=۴$

$b=۴\times ۶=۲۴$

$۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

۹-

$x^{۲}+x-۱-m^{۲}=۰$

$\hookrightarrow S=\frac{-b}{a}=-۱$

$P=\frac{c}{a}=-۱-m^{۲}$

$\alpha^{۲}+\beta^{۲}=S^{۲}-۲P=(-۱)^{۲}-۲(-۱-m^{۲})=$

$۱+۲+۲m^{۲}=۲m^{۲}+۳ \xrightarrow{۰\leq m^{۲}} \min=\boxed{۳}$

(د)

Scanned with CamScanner

۱۵-

$$A(۳,y)\quad B(-۵,y)\xrightarrow{\text{دونقطه هم عرض اند}} x_s=\frac{-۵+۳}{۲}=-۱$$

$$y_s=۱$$

۲

$$\Rightarrow y=a(x+۱)^۲+۱ = ax^۲+۲ax+a+۱ \leadsto \Delta=\sqrt{۴a^۲-۴a(a+۱)}$$

$$=\sqrt{-۴a}=۲\sqrt{-a} \Rightarrow x=\frac{-۲a\pm۲\sqrt{-a}}{۲a}=\frac{-a\pm\sqrt{-a}}{a}$$

$$x_۱=-۱+\sqrt{\frac{-۱}{a}}\ ,\ x_۲=-۱-\sqrt{\frac{-۱}{a}}$$

$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۲(۱-\frac{۱}{a})=۵\Rightarrow ۱-\frac{۱}{a}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{a}=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow$$

$$a=-\frac{۳}{۲}\qquad y=-\frac{۲}{۳}x^۲-\frac{۴}{۳}x+\frac{۱}{۳}\xrightarrow{x=۰} y=\boxed{\frac{۱}{۳}}$$