باران کاظمی   یازدهم ر   تکلیف شماره‌ی ۱۹

۲۰

---

۱)

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$ $\alpha\beta = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳\beta^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \beta^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow \beta = \pm\frac{۲}{۳}$

$$\alpha = ۳\beta \begin{cases} \beta = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \alpha = ۲ \rightarrow \alpha + \beta = \frac{۸}{۳} \rightarrow \frac{a}{\cancel{۳}} = -\frac{۸}{۳} \\ \beta = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow \alpha = -۲ \rightarrow \alpha + \beta = -\frac{۸}{۳} \rightarrow \frac{a}{\cancel{۳}} = \frac{۸}{۳} \end{cases} \rightarrow ۸ + ۸ = \boxed{۱۶}$$

۵

---

۲)

$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$

$\alpha \rightarrow \frac{۱}{\sqrt{\alpha}}$ $\beta \rightarrow \frac{۱}{\sqrt{\beta}}$

$$\underset{۵}{(\cancel{\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}}})^۲} = \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + \frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + \frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۲۵$$

$$\frac{\frac{m+۱۴}{\cancel{۳۶}}}{\frac{۱}{\cancel{۳۶}}} + \frac{۲}{\frac{۱}{۶}} = ۲۵ \Rightarrow m + \underset{۲۶}{\cancel{۱۴ + ۱۲}} = ۲۵ \Rightarrow m = -۱$$

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow$ حاصلضرب ریشه‌ها $= \boxed{-۲}$

۵

---

۳)

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$ $\alpha + \beta = ۱$ $\alpha\beta = -۲$

$$① \begin{cases} ۴\alpha^۳ + k\alpha^۲ - ۹\alpha - ۲ = ۰ \\ ۴\beta^۳ + k\beta^۲ - ۹\beta - ۲ = ۰ \end{cases}$$

$(\alpha+\beta)^۲ = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\overset{-۲}{\alpha\beta}$

$۱ = \alpha^۲ + \beta^۲ - ۴ \Rightarrow \underbrace{\alpha^۲ + \beta^۲ = ۵}$

$$۴(\underbrace{\alpha+\beta}_{۱})(\underbrace{\alpha^۲ + \beta^۲ - \alpha\beta}_{۵ - (-۲) = ۷}) + k(\underbrace{\alpha^۲ + \beta^۲}_{۵}) - ۹(\underbrace{\alpha+\beta}_{۱}) - ۴ = ۰$$

$$۲۸ + ۵k - ۹ - ۴ = ۰ \Rightarrow ۵k = ۱۳ - ۲۸ \Rightarrow ۵k = -۱۵ \Rightarrow \boxed{k = -۳}$$

۵

---

۴)

$x^۲ + ۶x + a = ۰$ $\alpha < \beta < ۰$

$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$ $\frac{۵}{۲}\alpha^۲ + \alpha^۲ + \frac{۵}{۲}\beta^۲ - \beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$$\frac{۵}{۲}(\alpha^۲ + \beta^۲) + (\underset{-۶}{\cancel{\alpha+\beta}})(\alpha - \beta) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$(\alpha+\beta)^۲ = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta$

$۳۶ - ۲a = \alpha^۲ + \beta^۲$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۳۶ - ۴a}}{۱} =$ [illegible]

$$\frac{۵}{۲}(۳۶ - ۲a) + (-۶)(\sqrt{۱۶ - ۴a}) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$\frac{۵}{\cancel{۲}}(\overset{۱۸}{\cancel{۳۶}} - \cancel{۲}a) = ۸۵$$

$$۹۰ - ۵a = ۸۵ \Rightarrow \boxed{a = ۱}$$

۵

۵)

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰$

$x^۲ = t \qquad t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \qquad t = \frac{۷ \pm \sqrt{۴۹+۲۰}}{۲} \begin{cases} \boxed{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \\ \frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲} \end{cases}$ غ ق ق ✓

$x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$

$S = ۰ \qquad P = -\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$\cancel{۲\left(-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲} - ۰ + ۰ = \frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲} = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$

$\cancel{۲}\left(\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{\cancel{۴}_{۲}}\right)$

---

۶)

$۲x^۲ - ax + b = ۰ < \begin{matrix} \alpha' = \alpha + ۰/۵ \\ \beta' = \beta + ۰/۵ \end{matrix} \longrightarrow \underbrace{\alpha+\beta}_{-\frac{۱}{۲}} + ۱ = \alpha' + \beta' \Rightarrow \alpha' + \beta' = \frac{۱}{۲}$

$\frac{a}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{a = ۱}$ ✓

$۲x^۲ + ax - ۶ = ۰ \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \qquad \alpha + \beta = -\frac{۱}{۲}$

$(۰/۵ + \alpha)(۰/۵ + \beta)$

$= ۰/۲۵ + ۰/۵(\underbrace{\alpha+\beta}_{-\frac{۱}{۲}}) + \underbrace{\alpha\beta}_{-۳}$

$۰/۲۵ + (\frac{۱}{۲})(-\frac{۱}{۲}) - ۳ = \cancel{\frac{۱}{۴}} - \cancel{\frac{۱}{۴}} - ۳ = \frac{b}{۲}$

$b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}\right] = [-۱/۵] = \boxed{-۲}$

---

۷)

$ax^۲ - ax - b = ۰ \qquad \alpha + \beta = ۱ \Rightarrow \beta = ۱ - \alpha$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$۴۰(۱-\alpha)^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰(۱-\alpha) = ۱۷$

$۶۰\alpha^۲ - ۶۰\alpha + ۳ = ۰ \Rightarrow S = ۱ \quad P = \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow a = -۲۰b \Rightarrow b = -\frac{۱}{۲۰}a$ ✓

$\frac{\sqrt{a^۲ + ۴ab}}{a} = \frac{\sqrt{a^۲ + \cancel{۴}(a)(-\frac{۱}{\cancel{۲۰}_{۵}}a)}}{a} = \frac{\sqrt{a^۲ - \frac{۱}{۵}a^۲}}{a} = \frac{\sqrt{\frac{۴}{۵}a^۲}}{|a|} = \boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

---

۸)

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$

مجموع ضرایب صفر $\Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = a \end{cases} \longrightarrow a = ۳$

$x^۲ - (۳a+۱)x + b = ۰ \rightarrow x^۲ - ۱۰x + b = ۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۱۰ \Rightarrow x_۱ = ۴ \quad x_۲ = ۶$

$۲۴ - ۳ =$ ㉑ ✓

(۹

$x^۲+x-۱-m^۲=۰$

$(\alpha+\beta)^۲=\alpha^۲+\beta^۲+۲\alpha\beta$

$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta \Rightarrow ۱\cancel{-}۲(\cancel{-})(m^۲+۱)=۱+۲m^۲+۲=۲m^۲+۳ \xrightarrow{m=۰} ۲(۰)+۳$

$=\boxed{۳}$

(۱۰

$A(۳,y) \qquad B(-۵,y)$

$y=ax^۲+bx+c \Rightarrow \begin{cases} \cancel{y}=۲۵a-۵b+\cancel{c} \\ \cancel{y}=۹a+۳b+\cancel{c} \end{cases}$

$-\frac{\Delta}{۴a}=۱$

$۰=۱۶a-۸b \Rightarrow b=۲a \Rightarrow b=-۴c$

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-۲a}{a}=-۲$

$(\underbrace{\alpha+\beta}_{-۲})^۲=\underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{۵}+۲\alpha\beta$

$۴=۵+۲\alpha\beta \Rightarrow ۲\alpha\beta=-۱ \Rightarrow \alpha\beta=\frac{-۱}{۲}$

$\frac{c}{a}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow +a=-۲c$

$-۴c$

$-\frac{b^۲-۴ac}{۴a}=-\left(\frac{\overset{۲}{b}\times b}{a\times \cancel{۴}_{۲}}-c\right)=-\left(\frac{\underbrace{b}_{-۴c}}{۲}-c\right)=۱ \Rightarrow \boxed{c=\frac{۱}{۳}}$