نیوشا هاشم‌پور ۱۸ تکلیف ۱۹ یازدهم ذهن C

①

$۳x^۲ - ax + ٤ = ۰ \quad x_1 = ۳x_2 \quad x_1x_2 = \frac{٤}{۳} \quad ۳x_2^۲ = \frac{٤}{۳} \to x_2^۲ = \frac{٤}{۹}$

$x_2 = \pm\frac{۲}{۳} \to x_1 + x_2 = \frac{a}{۳} \to ۳x_2 + x_2 = ٤x_2 = \frac{۸}{۳} = \frac{a}{۳} \to \boxed{a = ۸}$ ۲

$٤x_2 = -\frac{۸}{۳} = \frac{a}{۳} \to \boxed{a = -۸} \qquad ۸ - (-۸) = \boxed{۱۶}$

②

$۳۶x^۲ - (m+۱٤)x + ۱۰ = ۰ \to x_1 + x_2 = \frac{m+۱٤}{۳۶} \quad x_1x_2 = \frac{۵}{۱۸}$

$\sqrt{\frac{۱}{x_2}} + \sqrt{\frac{۱}{x_1}} = ۵ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{۱}{x_1} + \frac{۱}{x_2} + ۲\sqrt{\frac{۱}{x_1x_2}} = ۲۵ \to \frac{۱}{x_1} + \frac{۱}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$ ۰

$\xrightarrow[\text{جایگذاری}]{} \frac{\frac{m+۱٤}{۳۶}}{\frac{۵}{۱۸}} + ۲\sqrt{\frac{۱۸}{۵}} = ۲۵ \to m = ۲۳۶ - ۲۰\sqrt{\frac{۱۸}{۵}}$

$\frac{\alpha+\beta + ۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = ۲۵ \to \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶} + ۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}}{\frac{۱}{۳۶}} \to m + ۱۴ + ۱۲ = ۲۵ \to m = -۱$

(معادله دوم) $\longrightarrow P \to \frac{۲}{m} \longrightarrow \frac{۲}{۲۳۶ - ۲۰\sqrt{\frac{۱۸}{۵}}}$ $\to -x^۲ + ۲x + ۲ \to \frac{c}{a} = -۲$

③

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{k}{٤} \to \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = -\frac{۹}{٤} \quad \alpha\beta\gamma = \frac{۱}{۲}$

$\alpha + \beta = ۱ \quad \alpha\beta = -۲ \longrightarrow \alpha\beta\gamma = \frac{۱}{۲} \quad (-۲)\gamma = \frac{۱}{۲} \to \gamma = -\frac{۱}{٤}$ ۲

$\alpha + \beta + \gamma = ۱ - \frac{۱}{٤} = \frac{۳}{٤} \to \alpha + \beta + \gamma = -\frac{k}{٤} \to \boxed{k = -۳}$

④

$x^۲ + ۶x + a = ۰ \to \alpha = -۳ - \sqrt{۹-a}, \ \beta = -۳ + \sqrt{۹-a}$

$a^۲ = (-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ = ۱۸ - a + ۶\sqrt{۹-a} \quad \beta^۲ = ۱۸ - a - ۶\sqrt{۹-a}$ ۲

$۳(۱۸ - a + ۶\sqrt{۹-a}) + ۲(۱۸ - a - ۶\sqrt{۹-a}) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \to$

$۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \to ۶\sqrt{۹-a} = ۵a + ۱۲\sqrt{۲} - ۵ \to \boxed{a = ۱}$

⑤

$y = x^۲ \quad y^۲ - ۷y - ۵ = ۰ \to y = \frac{۷ \pm \sqrt{٤۹ + ۲۰}}{۲} = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲}$

$y = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \to x = \pm\sqrt{y} \quad S = \sqrt{y} + (-\sqrt{y}) = ۰ \quad P = (\sqrt{y})(-\sqrt{y}) = -y = -\frac{۷+\sqrt{۶}}{۲}$ ۲

(چون $x^۲ \geq ۰$)

$۲P^۲ \to P^۲ = y^۲ \to y^۲ = ۷y + ۵ \to ۲P^۲ = ۲(۷y + ۵) = ۱٤y + ۱۰$

$۱٤ \times \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} + ۱۰ = ٤۹ + ۷\sqrt{۶۹} + ۱۰ \to \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$

$r_1+\frac{۱}{۲}\ ,\ r_2+\frac{۱}{۲}$ $\quad ۲ax^۲+ax-۶=۰\rightarrow r_1+r_2=\frac{-a}{۲a}=-\frac{۱}{۲}$ ⑥

$r_1+r_2=-\frac{a}{۲a}=-\frac{۱}{۲}$ و $r_1r_2=\frac{-۶}{۲a}=-\frac{۳}{a}$ $\quad (r_1+r_2)+۱=-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۱}{۲}$

$\frac{a}{۲}=\frac{۱}{۲}\rightarrow a=۱$ ضرب ریشه‌ها $\rightarrow (r_1+\frac{۱}{۲})(r_2+\frac{۱}{۲})=r_1r_2+\frac{۱}{۲}(r_1r_2)+\frac{۱}{۴}$

$-\frac{۳}{a}+\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲})+\frac{۱}{۴}$ $\quad a=۱\rightarrow -۳-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=-۳$

$\frac{b}{۲}=-۳\rightarrow b=-۶$ $\quad |\frac{ab}{۴}|\rightarrow|\frac{-۶}{۴}|\rightarrow\boxed{-۲}$

---

⑦

$ax^۲-ax-b=۰$ $\quad \alpha+\beta=\frac{a}{a}=۱$ $\quad \alpha\beta=\frac{-b}{a}$ $\quad \alpha=۱-\beta$ $\quad \alpha^۲=(۱-\beta)^۲=۱-۲\beta+\beta^۲$

$۴۰\beta^۲+۲۰(۱-۲\beta+\beta^۲)-۲۰\beta=۱۷\rightarrow ۴۰\beta^۲+۲۰-۴۰\beta+۲۰\beta^۲-۲۰\beta=۱۷$

$۶۰\beta^۲-۶۰\beta+۲۰=۱۷\longrightarrow ۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=۰$ $\quad \beta=\frac{۲۰\pm\sqrt{۳۲۰}}{۴۰}$

$|\beta_1-\beta_2|=\frac{\sqrt{۳۲۰}}{۲۰}\rightarrow\sqrt{۳۲۰}=۸\sqrt{۵}\rightarrow|\beta_1-\beta_2|=\boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}\longrightarrow\alpha+\beta=۱$ چون

$x^۲-(a+۱)x+a=۰\longrightarrow\overset{x_2}{\alpha},\overset{x_1}{\alpha+۲}\longrightarrow\left.\begin{matrix}۲\alpha+۲=a+۱\\ a=\alpha^۲+۲\alpha\end{matrix}\right\}\longrightarrow\alpha=\pm۱$ ⑧

$x^۲-(۳a+۱)x+b=۰\rightarrow\overset{x_2}{\beta},\overset{x_1}{\beta+۲}$ $\qquad a=۳$ و $\alpha=۱\longleftarrow$ -۱ غق

$\hookrightarrow ۲\beta+۲=۳a+۱\rightarrow\beta=۴$

$\hookrightarrow ۴\times۶=۲۴=b\rightarrow b=۲۴$

P اولی $\rightarrow ۳$ $\qquad ۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

P دومی $\rightarrow ۲۴$

$x^۲+x-۱-m^۲=۰\rightarrow\begin{cases}\alpha^۲=m^۲+۱-\alpha\\ \beta^۲=m^۲+۱-\beta\end{cases}$ ⑨

$\alpha^۲+\beta^۲\longrightarrow \cancel{m^۲+۱}-\alpha+\cancel{m^۲+۱}-\beta=\cancel{۲m^۲+۲}-(\underbrace{\alpha+\beta}_{-۱})\rightarrow ۲m^۲+۳\rightsquigarrow x_{\min}=\frac{-b}{۲a}$

$\min=۳$

$x=\frac{۳+(-۷)}{۲}=-۱$ $\quad (-۱,۱)$ $\quad y=a(x+۱)^۲+۱\rightarrow ۰=a(x+۱)^۲+۱$ ⑩

$(x+۱)^۲=-\frac{۱}{a}\rightarrow x=\alpha,\ \beta=-۱\pm\sqrt{-\frac{۱}{a}}$ $\quad \alpha+\beta=-۲$ $\quad \alpha\beta=\frac{۱}{۱}+\frac{۱}{a}$ $\quad \alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta$

$۵=۴-۲(۱+\frac{۱}{a})\longrightarrow a=-\frac{۲}{۳}$ $\quad y=a(۱)^۲+۱=-\frac{۲}{۳}+۱=\boxed{\frac{۱}{۳}}$