$x^4-7x^2-5=0 \quad S \quad P$ ۱) $2P^2-3SP+2S$

$t^2-7t-5=0$ $\quad = 2\times\underbrace{(25)^2}_{625}-\underbrace{3\times 0\times 25}_{0}+\underbrace{2\times 0}_{0}=\boxed{1250}$

دو ریشه‌ی حقیقی دارد ← قرینه‌ی آنها ← $S=0$ $\quad P=\frac{c}{a}=-5=\alpha\cdot\beta$ ضرب ریشه‌ها
هر ریشه قرینه‌ای دارد

$\alpha\cdot\beta\cdot-\alpha\cdot-\beta=\alpha^2\beta^2=\boxed{25}$ = ضرب کل ریشه‌ها ← $-\alpha\cdot-\beta=-5$

---

۲) ریشه‌های معادله $2x^2+x-6=0$ را α و β ... $2ax^2+ax-6=0$ ← از ... $(\alpha+0.5)$ و $(\beta+0.5)$ ← $2x^2-ax+b=0$

$2x^2-x+b=0$

$\left[\frac{ab}{4}\right]$

$\alpha\beta=\frac{-6}{2}=-3$

$\alpha+\beta=\frac{-a}{2a}=-\frac{1}{2}$

$\underbrace{\alpha+\beta}_{-\frac{1}{2}}+1=\frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{a}{2} \Rightarrow a=1$

$(\alpha+\frac{1}{2})(\beta+\frac{1}{2})=\frac{b}{2} \Rightarrow \underbrace{\alpha\beta}_{-3}+\frac{1}{2}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}=\frac{b}{2} \Rightarrow -3=\frac{b}{2} \Rightarrow b=-6$

$\left[\frac{ab}{4}\right]=\left[\frac{-6\times 1}{4}\right]=\left[-\frac{6}{4}\right]=\left[-\frac{3}{2}\right]=\boxed{-2}$

---

۳) α و β $\quad ax^2-ax-b=0$

$S=\frac{-b}{a}=\frac{a}{a}=1=\alpha+\beta$ $\quad 40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=0$

$\Rightarrow \beta-1=-\alpha$ $\quad$ اختلاف ریشه‌های این معادله

$\Rightarrow 20(\beta^2+\alpha^2+\underbrace{\beta^2-\beta}_{\beta(\beta-1)})=0$ $\quad 20(2\beta^2+\alpha^2-\beta)=0$

$\beta\underbrace{(\beta-1)}_{-\alpha} \Rightarrow 20(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}-\alpha\beta)=0 \Rightarrow 20((\underbrace{\alpha+\beta}_{1})^2-3\alpha\beta)=0$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ $\quad 20(1-3\alpha\beta)=0$

$20-60\alpha\beta=0 \Rightarrow 20=60\alpha\beta \Rightarrow \alpha\beta=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}=\frac{c}{a}=\frac{-b}{a} \quad a=-3b$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^2-4a\times -b}}{a}=\frac{\sqrt{a^2+4ab}}{a}=\frac{\sqrt{9b^2+4\times a\times -3b}}{-3b}=\frac{\sqrt{9b^2-12ab}}{-3b}$

۵) $z^2-7t-5=0 \to t=\frac{7\pm\sqrt{69}}{2}$

$x^2=\frac{7+\sqrt{69}}{2} \to \begin{cases} x_1=\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} \\ x_2=-\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} \end{cases} \to S=0 \;,\; P=\left(-\frac{7+\sqrt{69}}{2}\right)$

$2P^2-3SP+2S=59+7\sqrt{69}$

---

۷) $\alpha=1-\beta$ $\quad 40\beta^2+20(1-\beta)^2-20\beta=7 \Rightarrow 20\beta\underbrace{(\beta-1)}_{-\alpha}=-1 \to \alpha\beta=\frac{1}{20}=\frac{-b}{a}$

$\to a=-20b$ $\quad ax^2-ax-b=0 \to -20bx^2+20bx-b=0$ $\quad |\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

بر نیما بنتا بل

۱۵٫۵

۱) a امکان دو مقدار a

$3x^2 - ax + 4 = 0$; 3α , α $\Rightarrow$ ضرب $= 3\alpha^2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{2}{3}$ ریشه‌ها $\frac{2}{3} \to \alpha + 3\alpha = 4\alpha = 4\times\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

$-\frac{2}{3} \to \alpha + 3\alpha = 4\alpha = 4\times -\frac{2}{3} = -\frac{8}{3}$

جمع ریشه : $S = -\frac{b}{a} = \frac{a}{3} =$

$\to \frac{a}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow a_1 = 8$

$\to \frac{a}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow a_2 = -8$ اختلاف $= |a_1 - a_2| = |8 - (-8)| = 16$

۲

---

۲) مجموع جذر معکوس ریشه‌ها

$24x^2 - (m+14)x + 1 = 0$; $\alpha\ \beta$; ضرب ریشه‌ها $P = \frac{c}{a} = \boxed{\frac{1}{24}} = \alpha.\beta$

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = 5^2 \stackrel{توان}{\Rightarrow} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = 25$; $\frac{1}{\alpha\beta} = 24$; 12

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $mx^2 + 3x + 2 = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 13 \Rightarrow \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} = 13 \to \alpha + \beta = \boxed{\frac{13}{24}}$; $\alpha\beta = \frac{1}{24}$

$\to -x^2 + 3x + 2 = 0$

$P = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$

$\Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{13}{24} = \frac{m+14}{24} \Rightarrow m + 14 = 13 \Rightarrow \boxed{m = -1}$

---

۳) α, β

$4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$, $\alpha + \beta = 1$ $\alpha\beta = -2$ k مقدار

$A(x^2 - Sx + P) = 0$

$\Rightarrow A(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow A(x-2)(x+1) = 0$

ریشه‌ها $x = 2, x = -1$

$x = 2$

$\Rightarrow \underbrace{4\times(2)^3}_{32} + \underbrace{k(2)^2}_{4k} - \underbrace{9(2)}_{-18} - 2 = 0 \Rightarrow \underbrace{32 - 20}_{12} + 4k = 0$

$12 = -4k \Rightarrow \boxed{k = -3}$

۲

---

۴) α, β ; $a = ?$

$x^2 + 6x + a = 0$ $\alpha < \beta < 0$ ① $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$

①

$= -\frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{1}{2}\beta^2$

$2.5\alpha^2 + 2.5\beta^2 + 0.5\alpha^2 - 0.5\beta^2$

$\underbrace{2.5}_{\frac{5}{2}}\underbrace{(\alpha^2+\beta^2)}_{36-2a} + \underbrace{0.5}_{\frac{1}{2}}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-6}\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{36-4a}} = 12\sqrt{2} + 85$

$= 2\sqrt{9-a}$

قدر مطلق $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = |\alpha - \beta| = \alpha - \beta$

$= \frac{\sqrt{36-4a}}{1}$

$\frac{90 - 5a - 3\sqrt{36-4a}}{-6\sqrt{9-a}} = 12\sqrt{2} + 85$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 36 - 2a$

$\begin{cases} 90 - 5a = 85 \to a = 1 \\ 6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2} \to 6\sqrt{8} = 12\sqrt{2} \end{cases}$

$a = 1$ ✓

$+5a + 12\sqrt{2} - 5 = -6\sqrt{9-a}$; $\stackrel{توان}{\Rightarrow} 25(a^2 - 2a + 1)$

$5(a-1)$

$9 - a \geq 0 \Rightarrow 9 \geq a$

غیر قابل قبول است $5a - 5 + 12\sqrt{2} \leq 0 \Rightarrow 5a \leq 5 - 12\sqrt{2}$

$a \leq \frac{5 - 12\sqrt{2}}{5}$ -1

۱٫۵

به نام خداوند بخشنده

(۵) $x^2-(a+1)x+a=0$

دو فرد متوالی

ط α_1, β_1 ریشه‌های $x^2-4x+3=0$

$(x-3)(x-1)=0 \quad 2k+1, \; 2k+3$

$S=a+X=4k+\cancel{4}\,3$

$\Rightarrow a=4k+3 \Rightarrow$

$P=(2k+1)(2k+3)$

$=4k^2+8k+3=(a)\;4k+3$

$\Rightarrow 4k^2+4k=0$

$4k(k+1)=0$

$\boxed{k=0}$

$\boxed{k=-1}$ غیرقابل قبول چون یکی از ریشه‌ها $-1, 1$ که طبیعی نیست

$\alpha_1 \cdot \beta_1 \quad a=4k+3 \Rightarrow \boxed{a=3}$

$=1\times 3=\boxed{3} \quad k=0$

اختلاف حاصل ضرب ریشه‌های دو معادله $\quad x^2-(\overset{+10x}{\cancel{3a+1}})x+b=0$

دو زوج متوالی $\quad \alpha_2, \beta_2$

$2k'=4$

$2k'+2=6$

$S=4k'+2$

$=10 \Rightarrow 4k'=8$

$\Rightarrow \boxed{k'=2}$

$P=\frac{b}{1} \Rightarrow b=4\times 6=\boxed{24}$

$\alpha_2 \cdot \beta_2=4\times 6=24$

$\alpha_1\beta_1-\alpha_2\beta_2=$

$24-3=\boxed{21}$

---

(۶) α, β

$x^2+x-1-m^2=0$

$-1-m^2=P$

کمترین مقدار $\alpha^2+\beta^2$

یا $S^2-2P \Rightarrow$

$\alpha^2+\beta^2=1-2P$

$S=\alpha+\beta=\boxed{-1}$

$1-2P\;\cancel{\ }\;2\sqrt{P} \Rightarrow 1-2(-1-m^2)=1+2+2m^2=3+2m^2$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=3+2m^2=2m^2+0m+3$

سهمی min دارد

$x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{0}{2\times 2}=0$

$\xrightarrow{\text{مقدار}} 2\times 0^2+0+3=\boxed{3}$

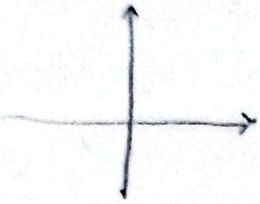
$\alpha^2+\beta^2 \geq 2\alpha\beta$

۲ نمره اضافه داشتی

۱۰

$(3,y)$ رأس

$(-5,y)$ عرض سهمی $=1$



چون دو نقطه y برابر دارن
در نتیجه وسط طول آنها
همان طول رأس سهمی است
چون سهمی قرینه است

$\frac{3-5}{2}=-1$

۹

مجموع مربعات = β, α = ریشه ها

$\alpha^2+\beta^2=5$

این سهمی محور ها را در عرض

$c=?$

$ax^2+bx+c=y$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2(\alpha\beta)$ $\Rightarrow a-b+c=1 \Rightarrow a-b+c-1=0$

$=(\frac{-b}{a})^2-\frac{2c}{a}=\frac{b^2}{a^2}-\frac{2c}{a} \Rightarrow \frac{b^2-2ca}{a^2}=5$

$A(x-x_0)=y-y_0$

$y=A(x-x_0)^2+y_0 \Rightarrow y=A(x+1)^2+y_0^{1} \Rightarrow y=Ax^2+2Ax+A+1$

x^2+2x+1

$S^2-2P=5 \Rightarrow 4-2P=5 \Rightarrow -2P=1$

با جمع ریشه ها

$\Rightarrow P=-\frac{1}{2}$ $\quad \frac{A+1}{A}=-\frac{1}{2}$ $\quad \frac{-b}{a}=-\frac{2A}{A}=-2$

$2A+2=-A \Rightarrow 3A=-2 \Rightarrow A=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x\underbrace{-\frac{2}{3}+1}_{\frac{1}{3}} \Rightarrow c=\frac{1}{3}$