یازدهم دختر ۲ — تکلیف شماره‌ی ۱۸ — ۲۰ ✓ — هستی باقری

---

① $\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{x}{y} = \frac{۵}{۴} \rightarrow y = ۴\alpha\,,\ x = ۵\alpha$

✓

$S_۱ = ۴k \times ۵k = ۲۰k^۲$ $\qquad \frac{x'}{y} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \longrightarrow x' = ۴k\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)$

$S_۲ = ۴k \times ۴k\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right) = ۱۶k^۲\left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)$

$\frac{S_۲}{S_۱} = \frac{۱۶k^۲\left(۱+\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)}{۲۰k} = \boxed{\frac{۲}{۵}(۱+\sqrt{۵})}$

---

② $\frac{\text{قطر}}{\text{طول}} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ $\qquad \text{طول} \rightarrow x\,,\ \text{عرض} \rightarrow y$ $\qquad \text{قطر} \rightarrow \sqrt{x^۲+y^۲}$

$\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \longrightarrow \frac{x^۲+y^۲}{x^۲} = \frac{(۱+\sqrt{۵})^۲}{۴} \longrightarrow \frac{y^۲}{x^۲} = \frac{(۱+\sqrt{۵})-۴}{۴}$

✓

$\frac{y^۲}{x^۲} = \frac{۱+۵+۲\sqrt{۵}-۴}{۴} \longrightarrow \frac{y^۲}{x^۲} = \frac{۲+۲\sqrt{۵}}{۴} \longrightarrow \frac{y^۲}{x^۲} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$

$\longrightarrow \boxed{\frac{x^۲}{y^۲} = \frac{۲}{۱+\sqrt{۵}}}$

---

③ $۳a + \sqrt{۲a^۲+۴a} = ۲ \longrightarrow \sqrt{۲a^۲+۴a} = ۲-۳a$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲a^۲+۴a = ۹a^۲+۴-۱۲a \longrightarrow ۷a^۲-۱۶a+۴=۰$

$\xrightarrow{\text{[illegible]}} a^۲-۱۶a+۲۸=۰ \longrightarrow (a-۱۴)(a-۲)=۰ \longrightarrow a=۲$ غ ق ق

$\qquad \longrightarrow a = \frac{۲}{۷}$ ✓

✓

$\frac{a+۱}{a} = \frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}} = \frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}} = \frac{۹}{۲} = \text{④/۵}$

④

$$\frac{\sqrt{x+۱}}{\sqrt{x-۱}+۳} - \frac{\sqrt{x+۱}}{۳-\sqrt{x-۱}} = \frac{x-۱}{\sqrt{x-۱}}$$

$$\frac{\sqrt{x+۱}\,(۳-\sqrt{x-۱}) - \sqrt{x+۱}\,(\sqrt{x-۱}+۳)}{۹-(x-۱)} = \frac{(\sqrt{x-۱})^۲}{\sqrt{x-۱}}$$

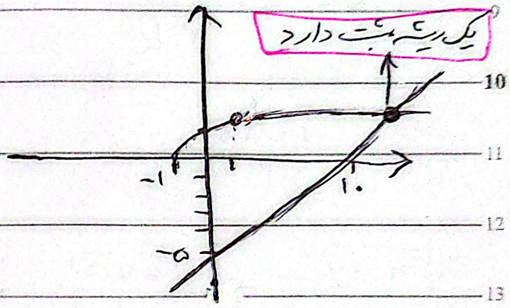
۹

$$\to \frac{\cancel{۳\sqrt{x+۱}} - \sqrt{x^۲-۱} - \sqrt{x^۲-۱} \cancel{-۳\sqrt{x+۱}}}{۱۰-x} = \sqrt{x-۱}$$

$$\to \frac{-۲\sqrt{x^۲-۱}}{۱۰-x} = \sqrt{x-۱} \to -۲\cancel{\sqrt{x-۱}}\,\sqrt{x+۱} = (۱۰-x)\cancel{\sqrt{x-۱}}$$

$$\sqrt{x-۱} \neq ۰ \to x \neq ۱$$

$$-۲\sqrt{x+۱} = ۱۰-x \to \sqrt{x+۱} = \frac{x}{۲}-۵$$


یک ریشه مثبت دارد

⑤

$$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲} - \frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$$

$$\to \frac{۲-\sqrt{۲-x}-(\sqrt{۲-x}+۲)}{۴-(۲-x)} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}} \to \frac{-۲\sqrt{۲-x}}{۲+x} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$$

۹

$$\to -۱۰(۲-x) = ۴-x^۲ \to -۲۰+۱۰x = ۴-x^۲ \to x^۲+۱۰x-۲۴ = ۰$$

$$\to (x-۲)(x+۱۲) = ۰ \to x = -۱۲$$ غ ق ق

$$x = ۲$$ غ ق ق

جواب مثبت ندارد

⑥

$$\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{(۱-x)^۲} = \frac{۱۶۰}{۹} \to \left(\frac{۱}{x}+\frac{۱}{۱-x}\right)^۲ - ۲\left(\frac{۱}{x}+\frac{۱}{۱-x}\right) = \frac{۱۶۰}{۹}$$

۹

$$\to \left(\frac{۱}{x-x^۲}\right)^۲ - \frac{۲}{x-x^۲} = \frac{۱۶۰}{۹} \to \frac{۱}{x-x^۲} = t \to t^۲-۲t+۱ = \frac{۱۶۰}{۹}+۱$$

$$(t-۱)^۲ = \frac{۱۶۹}{۹} \to t-۱ = \pm\frac{۱۳}{۳} \to t = \frac{۱۶}{۳}, \frac{-۱۰}{۳}$$

$$\to \frac{۱}{x-x^۲} = \frac{۱۶}{۳} \to -x^۲+x-\frac{۳}{۱۶} \Rightarrow \boxed{S_۱ = ۱}$$

$$\to \frac{۱}{x-x^۲} = \frac{-۱۰}{۳} \to -x^۲+x+\frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \boxed{S_۲ = ۱}$$

$$\boxed{S_۱ + S_۲ = ۲}$$

⑦

$\sqrt{-x^۲+۶x-۸} \Rightarrow x^۲-۶x+۸\leqslant ۰ \to (x-۲)(x-۴)\leqslant ۰$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c} & ۲ & ۴ \\ + & - & + \end{array} \to [۲,۴]$ (I)

$\sqrt{-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰} \Rightarrow x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰\leqslant ۰ \to (x^۳-۲۵x)-(۴x^۲-۱۰۰)\leqslant ۰$

$\to x(x^۲-۲۵)-۴(x^۲-۲۵)\leqslant ۰ \to (x-۵)(x+۵)(x-۴)\leqslant ۰$

$\begin{array}{c|c|c|c} & -۵ & ۴ & ۵ \\ - & + & - & + \end{array}$ $\quad (-\infty,-۵]\cup[۴,۵]$ (II) $\quad$ (I) $\cap$ (II) $\to x=۴$

$\sqrt{۴+\sqrt{-۶۴+۶۴+۱۰۰-۱۰۰}} + \sqrt{۱۶+\sqrt{-۱۶+۲۴-۸}} = ۴+۲=۶$ یک جواب دارد

---

⑧

$y=|x+۲|+|x-۱|$ $\quad \begin{array}{c|c|c} & -۲ & ۱ \\ -x-۲-x+۱ & x+۲-x+۱ & x+۲+x-۱ \\ -۲x-۱ & ۳ & ۲x+۱ \end{array}$

$\begin{cases} y+۲x=-۱ \\ ۳y+x=۱۷ \end{cases}$ $\quad -۵x=۲۰ \to x=-۴,\ y=۷ \nearrow A\left|\begin{matrix}-۴\\ ۷\end{matrix}\right.$

$\begin{cases} y-۲x=۱ \\ ۳y+x=۱۷ \end{cases}$ $\quad ۷x=۱۴ \to x=۲,\ y=۵ \to A\left|\begin{matrix}۲\\ ۵\end{matrix}\right.$

$۳=\dfrac{-x+۱۷}{۳} \to x=۸$ غ ق ق

$AB=\sqrt{(\Delta x)^۲+(\Delta y)^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$

---

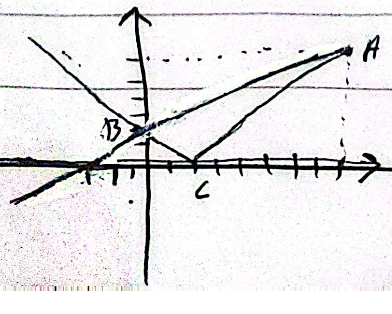
⑨

$\begin{cases} y+x=۲ \\ -y+\frac{x}{۲}=-۲ \end{cases}$ $\quad \frac{۳}{۲}x=۰ \to x=۰,\ y=۲$

$\begin{cases} y-x=-۲ \\ -y+\frac{x}{۲}=-۲ \end{cases}$ $\quad -\frac{۱}{۲}x=-۴ \to x=۸,\ y=۶ \to A\left|\begin{matrix}۸\\ ۶\end{matrix}\right.$

$\sqrt{x^۲-۴x+۴}=\sqrt{(x-۲)^۲}=|x-۲|$ $\quad \begin{array}{c|c} & ۲ \\ -x+۲ & x-۲ \end{array}$

فاصله A از $y=-x+۲$ $=\dfrac{|۶+۸-۲|}{\sqrt{۲}}=\dfrac{۱۲\sqrt{۲}}{۲}=۶\sqrt{۲}$ $\qquad BC=\sqrt{۴+۴}=۲\sqrt{۲}$



$S=\dfrac{۲\sqrt{۲}\times ۶\sqrt{۲}}{۲}=۱۲$

۱۰

بهروز $\rightarrow x = ۳۶$

فرهاد $\rightarrow x + ۹$

✓

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+۹} = \frac{1}{۲۰} \rightarrow ۲۰(x+۹) + ۲۰x = x(x+۹)$$

$$۲۰x + ۱۸۰ + ۲۰x = x^۲ + ۹x \rightarrow x^۲ - ۳۱x - ۱۸۰ = ۰$$

$$(x - ۳۶)(x + ۵) = ۰$$

$$\boxed{x = ۳۶}$$

$x = ۵$ غ ق ق