س۱:

$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{5}{4}$ $x=$ طول $y=$ عرض $\frac{x}{y} = \frac{5}{4} \xrightarrow{} y=4k,\ x=5k$ $S_1 = 4k \times 5k = 20k^2$

$\frac{x'}{y} = \frac{1+\sqrt5}{2} \xrightarrow{y=4k} x' = 4k\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)$,

$S_2 = 4k \times 4k\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right) = 16k^2\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{16k^2\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)}{20k^2} = \frac{4}{5}\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right) = \frac{2}{5}(1+\sqrt5)$$

س۲:

$\frac{\text{قطر}}{\text{طول}} = \frac{1+\sqrt5}{2}$ $x=$ طول $y=$ عرض قطر $=\sqrt{x^2+y^2}$

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} = \frac{1+\sqrt5}{2} \to \frac{x^2+y^2}{x^2} = \frac{(1+\sqrt5)^2}{4} \xrightarrow[\text{صورت}]{\text{تفکیک مخرج در}} \frac{y^2}{x^2} = \frac{(1+\sqrt5)^2-4}{4}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{2}{1+\sqrt5}$$

س۳:

$3a + \sqrt{2a^2+4a} = 2,\ \frac{a+1}{a} = ?$

$3a + \sqrt{2a^2+4a} = 2 \to \sqrt{2a^2+4a} = 2-3a \Rightarrow 2a^2+4a = 4-12a+9a^2 \Rightarrow 7a^2-16a+4=0 \Rightarrow a^2-16a+28=0$

$\to (a-14)(a-2)=0$

$a = \frac{14}{7} = 2 \to$ × غ

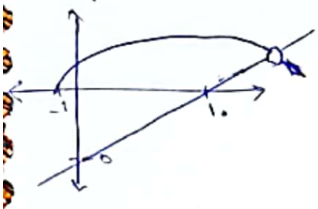
$\boxed{a = \frac{2}{7}}$ $\frac{a+1}{a} = \frac{\frac{2}{7}+1}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{9}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{9}{2}$

س۴:

$$\frac{\sqrt{x+1}\,(3-\sqrt{x-1}) - \sqrt{x+1}\,(\sqrt{x-1}+3)}{9-(x-1)} = \frac{\underbrace{(\sqrt{x-1})^2}_{}}{\sqrt{x-1}}{}^{x-1} \to \frac{3\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-1} - 3\sqrt{x+1}}{10-x} = \sqrt{x-1}$$

$* \sqrt{x-1} \neq 0$

$\frac{-2\sqrt{x^2-1}}{10-x} = \sqrt{x-1} \to -2(\cancel{\sqrt{x-1}})(\sqrt{x+1}) = (10-x)\cancel{\sqrt{x-1}} \to -2\sqrt{x+1} = 10-x \to \sqrt{x+1} = \frac{x}{2} - 5$



$\boxed{\text{یک ریشه (+) دارد}}$

س۵:

$$\frac{2-\sqrt{2-x} - \sqrt{2-x} - 2}{4-2+x} = \frac{\frac{(\sqrt{2-x})^2}{2-x}}{5\sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2-x}}{5}$$

$\hookrightarrow x \neq 2 \to \sqrt{2-x} \neq 0$

$-10\sqrt{2-x} = \sqrt{2-x}\,(2+x) \to -10 = 2+x$

$\to x = -12$

$\boxed{\text{جواب مثبت ندارد}}$

سوال ۶:

$(\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x})^۲-۲(\frac{1}{x(1-x)})=\frac{۱۶۰}{۹} \rightarrow (\frac{1}{x(1-x)})^۲-۲(\frac{1}{x(1-x)})=\frac{۱۶۰}{۹} \xrightarrow{\frac{1}{x(1-x)}=t} t^۲-۲t=\frac{۱۶۰}{۹}$

$\underbrace{t^۲-۲t+۱}_{(t-۱)^۲}=\frac{۱۶۹}{۹} \Rightarrow t-۱=\frac{۱۳}{۳} \rightarrow t=\frac{۱۶}{۳}$ $\qquad \frac{1}{x(1-x)}=\frac{۱۶}{۳} \rightarrow -x^۲+x-\frac{۳}{۱۶}=۰ \qquad S_۱=۱$

$\rightarrow t-۱=-\frac{۱۳}{۳} \rightarrow t=-\frac{۱۰}{۳}$ $\qquad \frac{1}{x(1-x)}=\frac{-۱۰}{۳} \rightarrow -x^۲+x+\frac{۱۰}{۳}=۰ \qquad S_۲=۱$

$\boxed{S_۱+S_۲=۲}$

سوال ۷:

$\sqrt{-x^۲+۶x-x} \rightarrow -x^۲+۶x-۸\geq ۰ \Rightarrow x^۲-۶x+۸\leq ۰ \rightarrow (x-۲)(x-۴)\leq ۰$

x		۲		۴	
	+	۰	−	۰	+

$\rightarrow [۲,۴]$ I

$\sqrt{-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰} \rightarrow -x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰\geq ۰ \Rightarrow x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰\leq ۰ \rightarrow (x^۳-۲۵x)-(۴x^۲-۱۰۰)\leq ۰$

$x(x^۲-۲۵)-۴(x^۲-۲۵)\leq ۰ \rightarrow (x-۵)(x+۵)(x-۴)\leq ۰$

x		−۵		۴		۵	
	−	۰	+	۰	−	۰	+

$(-\infty,-۵]\cup[۴,۵]$ II

I $\cap$ II $\Rightarrow x=۴ \rightarrow \sqrt{۴+\sqrt{-۴^۳+۴\cdot ۴^۲+۱۰۰-۱۰۰}}+\sqrt{۱۶+\sqrt{-۱۶+۱۶}}-۸=۴+\cancel{۴}$ ✓ ۴=۴

$\boxed{\text{یک جواب}}$

سوال ۸:

	$x<-۲$	$-۲\leq x<۱$	$x\geq ۱$
	$-x-۲-x+۱$	$x+۲-x+۱$	$x+۲+x-۱$
	$-۲x-۱$	$\underset{\sim}{۳}$	$۲x+۱$

$\rightarrow ۳=\frac{-x+۱۷}{۳} \rightarrow x=۸$ ✗ غ

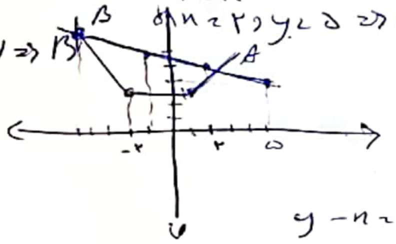
$\begin{cases} y+۲x=-۱ \\ ۳y+x=۱۷ \end{cases}$

$-۵x=۲۰$ → $x=-۴ , y=۷ \Rightarrow B$

$y-۲x=+۱$

$۳y+x=۱۷$

$۷x=۱۴$ → $x=۲ , y=۵ \Rightarrow A$



$\overline{AB}=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰}=\boxed{۲\sqrt{۱۰}}$

سوال ۹:

$y=\underbrace{\sqrt{x^۲-۴x+۴}}$, $y=\frac{۱}{۲}x+۲$

$\hookrightarrow \sqrt{(x-۲)^۲}=|x-۲| \rightarrow$

	۲	
	$-x+۲$	$x-۲$

$y+x=۲$

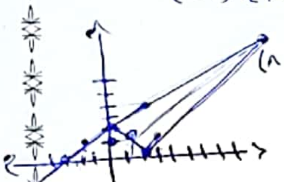
$-y+\frac{x}{۲}=-۲$

$\frac{۳}{۲}x=۰ \rightarrow x=۰ , y=۲$

$y-x=-۲$

$-y+\frac{x}{۲}=-۲$

$-\frac{۱}{۲}x=-۴$



فاصله A از خط $y=-x+۲$

$BC=\sqrt{۴+۴}=۲\sqrt{۲}$

$\frac{|۶+۸-۲|}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۲}=۶\sqrt{۲}$

$S=\frac{۲\sqrt{۲}\times ۶\sqrt{۲}}{۲}=\boxed{۱۲}$

سوال ۱۰:

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+۹}=\frac{1}{۲۰} \rightarrow ۲۰(x+۹)+۲۰x=x(x+۹)$

$۴۰x+۱۸۰=x^۲+۹x$

$x^۲-۳۱x-۱۸۰=۰$

$(x-۳۶)(x+۵)=۰$

$\boxed{x=۳۶}$ $\qquad x=-۵$ ✗ غ