میرشاهی شهیدی — تکلیف شماره ۱۸ — یازدهم ریاضی C

① $\frac{L}{W}=\frac{5}{4} \to L=\frac{5}{4}W \to \frac{L_T}{W}=T=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \to L_T=TW$

A مساحت $=L\times W=\frac{5}{4}W\times W=\frac{5}{4}W^2$ — مساحت$_T=L_T\times W=TW^2$

$\frac{A_T}{A_0}=\frac{4}{5}T=\boxed{\frac{2(1+\sqrt{5})}{5}}$

---

②

$d=\sqrt{L^2+W^2} \to \frac{d}{L}=T$ (عدد طلایی) $\to \frac{\sqrt{L^2+W^2}}{L}=T \to \sqrt{1+\left(\frac{W}{L}\right)^2}=T$

$1+\left(\frac{W}{L}\right)^2=T^2 \to \left(\frac{W}{L}\right)^2=T^2-1 \to \underbrace{T^2=T+1}_{\text{طبق اصل طلایی}} \to T^2-1=T$

$\to \left(\frac{W}{L}\right)^2=T \to \left(\frac{L}{W}\right)^2=\frac{1}{T} \to 0.618$

---

③ $\sqrt{2a^2+4a}=2-3a \to 2-3a\geq 0 \to a\leq\frac{2}{3} \to 2a^2+4a=(2-3a)^2 \to 2a^2+4a=4-12a+9a^2$

$\to 0=7a^2+4-16a \to a=\frac{16\pm 12}{14}$ → $a=2 \to 2\not\leq\frac{2}{3}$ → غ ق ق ؛ $a=\frac{2}{7} \to$ ق ق

$\frac{x+1}{x}=\boxed{\frac{9}{2}}$

---

④ $t=\sqrt{x-1} \to t\geq 0,\ t\neq 3 \to \frac{\sqrt{t^2+2}}{t+3}-\frac{\sqrt{t^2+2}}{3-t}=t \to \sqrt{t^2+2}\left(\frac{1}{t+3}-\frac{1}{3-t}\right)=$

$\to \sqrt{t^2+2}\times\frac{-2t}{(t+3)(3-t)} \to \sqrt{t^2+2}=\frac{2t}{t^2-9} \to \frac{2t\sqrt{t^2+2}}{t^2-9}=t \to \frac{2\sqrt{t^2+2}}{t^2-9}=1$

$\to 2\sqrt{t^2+2}=t^2-9\ (t>3)$

$(y=t^2) \to 4(y+2)=(y-9)^2 \to y=11\pm 4\sqrt{3} \to t=\sqrt{11+4\sqrt{3}}$

$x=y+1=12+4\sqrt{3} \to \boxed{x=12+4\sqrt{3}}$ ← معادله یک ریشه مثبت دارد

---

⑤ $t=\sqrt{2-x} \to \frac{1}{\sqrt{t^2+2}}-\frac{1}{2-t}=\frac{t}{5} \to f(t)=\frac{1}{\sqrt{t^2+2}}-\frac{1}{2-t}-\frac{t}{5}=0,\ t\in(0,\sqrt{2})$

t خیلی نزدیک صفر $\to \sqrt{t^2+2}\simeq\sqrt{2}\simeq 1.414 \to f(0)=0.2$ (+)

t نزدیک بالای بازه $\to f(1.4)\simeq -1.4$ (−)

$\to f(0)>0 \quad f(1.4)<0$

یعنی تابع ما بین را از صفر رد شده چون یکی منفی و یکی مثبته → یک ریشه مثبت دارد → $\boxed{1.864}$

۶

$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{(1-x)^2+x^2}{x^2(1-x)^2} \rightarrow (1-x)^2+x^2=1-2x+x^2+x^2=2x^2-2x+1$

$\frac{2x^2-2x+1}{x^2(1-x)^2}=\frac{160}{9} \rightarrow 9(2x^2-2x+1)=160x^2(1-x)^2 \rightarrow 18x^2-18x+9=160(x^4-2x^3+x^2)$

$=160x^4-320x^3+160x^2-18x^2+18x-9 \rightarrow 160x^4-320x^3+142x^2+18x-9=0$

مجموع ریشه‌ها $=-\frac{b}{a} \rightarrow -\frac{-320}{160}=\boxed{2}$

۷

$-x^3+4x^2+25x-100\geq 0 \qquad -x^2+6x-8\geq 0$

$-x^3+4x^2+25x-100=-(x+5)(x-4)(x-5) \rightarrow$

$\rightarrow -x^2+6x-8=-(x-2)(x-4)$ چون طرف راست $x+2$ مقدار غیرمنفی دارد $x\geq -2$

همچنان $(x\geq -2)$ و $(4\leq x\leq 5$ یا $x\leq -5)$ ← $x\in$ ← نقطه مشترک ← $x=4$

به ازای

$x+2=4+2=6 \rightarrow$ یک جواب دارد

۸

$x<-2 \quad -2\leq x\leq 1 \quad x>1 \rightarrow$

	-2		1	
$-2x-1$		3		$2x+1$

$y=-2(-4)-1=8-1=7$ $\qquad$ $x<-2 \leftarrow y=\frac{17-x}{3}$ خط

$A(-4,7)$ $\qquad$ قطع $-2x-1=\frac{17-x}{3} \rightarrow x=-4$

نیست $A \leftarrow [-2,1]$

$2x+1=\frac{17-x}{3} \rightarrow 6x+3=17-x \rightarrow x=2 \rightarrow B(2,5) \leftarrow x>1$

$y=2\times 2+1=5$

طول $AB=\sqrt{40}=\boxed{2\sqrt{10}}$

۹

$x^2-4x+4 \rightarrow (x-2)^2 \rightarrow y=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2| \qquad |x-2|=\frac{1}{2}x+2$

① $x-2\geq 0 \rightarrow |x-2|=x-2 \rightarrow x-2=\frac{1}{2}x+2 \rightarrow x=8$ ← نقاط تقاطع

② $x-2<0 \rightarrow |x-2|=-(x-2)=2-x \rightarrow 2-x=\frac{1}{2}x+2 \rightarrow x=0$

$y=\frac{1}{2}x+2$ بالایی, $0\leq x\leq 2$ $\quad$ $y=2-x$ پایینی $\rightarrow S=3$ $\qquad$ $y=x-2$ پایینی $\frac{1}{2}x+2$: بالایی ← $2\leq x\leq 8$

$S=9$

$S=9+3=\boxed{12}$

۱۰

$B=F-9$

$\rightarrow \frac{1}{B}+\frac{1}{F}=\frac{1}{20} \rightarrow \frac{1}{B}+\frac{1}{B+9}=\frac{1}{20} \rightarrow B^2-31B-180=0$

$\boxed{B=36} \leftarrow B=-\frac{10}{2}=-5$ غ ق ق یا $B=\frac{72}{2}=36$