سارینا اسپیانی - یازدهم تجربی - شماره تکلیف (۱۸)

(۱)

$$\frac{x}{y}=\frac{5}{4} \qquad \frac{x'}{y}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

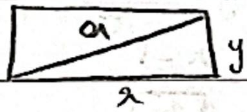
$$x=\frac{5y}{4} \qquad x'=\frac{(1+\sqrt{5})y}{2}$$

$$S=\frac{5y}{4}\times y=\frac{5y^2}{4} \qquad S'=\frac{(1+\sqrt{5})y}{2}\times y=\frac{(1+\sqrt{5})y^2}{2}$$

$$\frac{S'}{S}=\frac{\frac{(1+\sqrt{5})y^2}{2}}{\frac{5y^2}{4}}=\frac{2+2\sqrt{5}}{5}$$

---

(۲)



$$\frac{\text{قطر}}{\text{طول}}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

قطر $\longrightarrow x^2+y^2=a^2 \longrightarrow a=\sqrt{x^2+y^2}$

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x^2+y^2}{x^2}=\frac{1+5+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$2x^2+2y^2=3x^2+\sqrt{5}x^2$$

$$2y^2=x^2+\sqrt{5}x^2=x^2(1+\sqrt{5})$$

$$\frac{y^2}{x^2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \longrightarrow \frac{x^2}{y^2}=\frac{2}{1+\sqrt{5}}\times\frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}=$$

$$\frac{2-2\sqrt{5}}{1-5}=\frac{2(1-\sqrt{5})}{-4}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$3a + \sqrt{4a^2+4a} = 2$ $\qquad \frac{a+1}{a} = ?$ (۳)

$\sqrt{4a^2+4a} = 2-3a$

$4a^2+4a = 4+9a^2-12a$

$0 = 5a^2-16a+4$

$0 = a^2-16a+28$

$0 = (a-14)(a-2)$ $\qquad a = \frac{14}{7} = 2$ (غ) $a = \frac{2}{7}$

$a=2 \rightarrow$ غیرقابل قبول (صورت رادیکال را منفی می‌کند)

$a = \frac{2}{7} \rightarrow \frac{\frac{9}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{9}{2} = \frac{a+1}{a}$ ← درست

(زیرا در عبارت صدق می‌کند)

$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+2} - \frac{\sqrt{x+1}}{2-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-1} - 2\sqrt{x+1}}{9-x+1} = \sqrt{x-1}$

$\frac{-2\sqrt{x^2-1}}{10-x} = \sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{-2\times\sqrt{x-1}\times\sqrt{x+1}}{10-x} = \sqrt{x-1}$

$-2\sqrt{x+1} = 10-x$

$x-2\sqrt{x+1}-10=0$

$x+1-2\sqrt{x+1}-11=0$

$t^2-2t-11=0$ $\qquad t = \frac{2\pm\sqrt{48}}{2}$

$\Delta = 4-4(1)(-11) = 48$

$t = \sqrt{x-1} \rightarrow t \geq 0$ $\qquad t = \frac{2+\sqrt{48}}{2}$ ✓

یک جواب دارد

⑤

$$\frac{1}{\sqrt{2-x}+2}-\frac{1}{2-\sqrt{2-x}}=\frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}=\frac{(\sqrt{2-x})^2}{5\sqrt{2-x}} \qquad \boxed{x\neq 2}$$

$$\frac{2-\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}-2}{4-2+x}=\frac{-2\sqrt{2-x}}{2+x}=\frac{\sqrt{2-x}}{5}\rightarrow\frac{-2}{2+x}=\frac{1}{5}$$

$$-10=2+x\rightarrow\boxed{x=-12}$$

فقط جواب مثبت ←

---

⑥

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{160}{9}$$

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x}\right)^2-2\left(\frac{1}{x}\left(\frac{1}{1-x}\right)\right)=\frac{160}{9}$$

$$t^2-2t=\frac{160}{9}\rightarrow t^2-2t+1=\frac{160}{9}+1$$

$$(t-1)^2=\frac{169}{9}$$

$$t-1=\pm\frac{13}{3}\begin{cases}t=\frac{13}{3}+1=\frac{16}{3}\\ t=1-\frac{13}{3}=\frac{-10}{3}\end{cases}$$

$$\frac{16}{3}-\frac{10}{3}=\frac{6}{3}=②$$

---

⑦

$$\sqrt{x+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}}+\sqrt{x^2+\sqrt{-x^2+6x-8}}=x+2$$

$$-x^2+6x-8\geq 0$$

$$0\geq x^2-6x+8$$

$$0\geq(x-4)(x-2)$$

	2		4	
+	0	−	0	+

$x\in[2,4]$ I

$$-x^3+4x^2+25x-100\geq 0$$

$$(25x-x^3)+(4x^2-100)\geq 0$$

$$x(25-x^2)-4(-x^2+25)\geq 0$$

$x\in(-\infty,-5]\cup[4,5]$ II

$$(x-4)(25-x^2)\geq 0\rightarrow$$

	−5		4		5	
+	0	−	0	+	0	−

$I \cap II \rightarrow x=4$ تنها مورد قابل قبول

$\sqrt{4+\sqrt{-64+64+100}-100}+\sqrt{16+\sqrt{-16+24}-8}=4+2$

قطع یک جواب دارد $\rightarrow x=4$

---

(8)

$y=|x+2|+|x-1|$

$3y+x=17 \qquad y=\frac{17-x}{3}$

$|x+2|+|x-1|=\frac{17-x}{3}$

$3|x+2|+3|x-1|+x-17=0$

$x<-2$	$-2<x<1$	$x>1$
$-3x-6-3x+3+x-17$	$3x+6-3x+3+x-17$	$3(x+2)+3x-3+x-17=7x-14$
$=-5x-20$	$=x-8$	
$\boxed{x=-4}$	$x=8$ غ‌ق, $8\notin(-2,1)$	$\boxed{x=2}$

$A(2,5)$

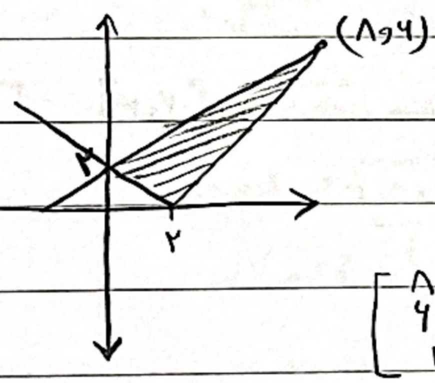
$B(-4,7)$

$AB=\sqrt{(7-5)^2+(-4-2)^2}=2\sqrt{10}$

---

(9)

$y=\frac{1}{2}x+2 \qquad y=\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|$



	2	
$-2+x$		$x-2$

$x-2=\frac{1}{2}x+2$

$2x-4=x+4$

$x=8$

$\begin{bmatrix}8&0&2\\6&2&0\\1&1&1\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\times24=12$

(۱۵)

پمپ بزرگ → x ساعت → $\frac{1}{x}$

فرعی → $x+9$ → $\frac{1}{x+9}$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{۲۰}$$

$$\frac{۲۰x+۱۸۰+۲۰x}{۲۰x(x+9)}=\frac{x(x+9)}{۲۰x(x+9)}$$

$$۴۰x+۱۸۰=x^{۲}+۹x \rightarrow x^{۲}-۳۱x-۱۸۰=۰$$

$$(x-۳۶)(x+۵)=۰$$

$x=۳۶$ $\quad x=-۵$ ق ق

← ۳۶ ساعت