

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k-m}{-r-r} = -\frac{1}{r} \rightarrow \frac{k-m}{-r-r} = -\frac{1}{r} \rightarrow k-m = -r \rightarrow k = m-r \quad A: (-r, m+r) \quad B: (r, m)$$

$$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{(-r-r)^2 + (m+r-m)^2} = \sqrt{4r^2 + r^2} = \sqrt{5r^2} = r\sqrt{5}$$

$$S = AB^2 = 5r^2 = 45 \Rightarrow r = 3$$

میدان  $D, C \Rightarrow$  (موازی)  $AB$   $D(-1, y+3) \cdot C(x, y) \cdot B(r, 1) \cdot A(-1, 4)$

$$\Rightarrow m_{DC} = m_{AB} \Rightarrow \frac{y - (y+3)}{x+1+x} = \frac{4-1}{-1-r} \Rightarrow \frac{-3}{2x+1} = \frac{3}{-1-r} \Rightarrow x = r+1 \Rightarrow x = 4$$

$$AB = DC \Rightarrow AB = \sqrt{(r+1)^2 + (1-4)^2} = 5 \Rightarrow DC = 5$$

$$m_{AB} = \frac{3}{r} \rightarrow m = \frac{r}{3} \rightarrow \frac{y-1}{x-r} = \frac{r}{3} \rightarrow y-1 = \frac{r}{3}(x-r) \rightarrow y-1 = \frac{r}{3}(4-r) \rightarrow y-1 = \frac{r}{3}(4-r) \Rightarrow y = \frac{r}{3}(4-r) + 1$$

$$(m^2-1)y + rm = r \rightarrow y = \frac{-rm}{m^2-1}x + \frac{r}{m^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{-rm}{m^2-1} = \sqrt{3} \Rightarrow -rm = \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + rm - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow m^2 + \frac{r}{\sqrt{3}}m - 1 = 0$$

$$m = \frac{-\frac{r}{\sqrt{3}} \pm \sqrt{\frac{r^2}{3} + 4}}{2} = \frac{-\frac{r}{\sqrt{3}} \pm \sqrt{\frac{r^2}{3} + 4}}{2}$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$A(1, 9) \quad B(5, 4) \quad C(1, 1) \quad H$

$$m_{AB} = \frac{4-9}{5-1} = -\frac{5}{4} \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + b \Rightarrow 9 = -\frac{5}{4}(1) + b \Rightarrow b = \frac{41}{4} \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{41}{4}$$

$$AH = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|9 - \frac{5}{4}(1) + \frac{41}{4}|}{\sqrt{(\frac{5}{4})^2 + 1}} = \frac{10}{\frac{\sqrt{25+16}}{4}} = \frac{10}{\frac{\sqrt{41}}{4}} = \frac{40}{\sqrt{41}}$$

$A(1, 9) \quad B(5, 4) \quad C(1, 1) \quad H$

$$AB, BC: \begin{cases} y - 9 = -\frac{5}{4}(x-1) \\ y - 4 = \frac{1}{4}(x-5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x + 4y = 35 \\ x - 4y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x = 20 \\ x = \frac{20}{11} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{4}(\frac{20}{11} - 5) = -\frac{23}{11}$$

$$BH = \frac{|5(\frac{20}{11}) - 4(-\frac{23}{11}) - 14|}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \frac{10}{\sqrt{41}} = \frac{40}{\sqrt{41}}$$

برای یافتن معادله خط مماس بر دایره در نقطه  $(x_0, y_0)$  می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:  $x_0^2 + y_0^2 = r^2$  (نقطه روی دایره است).  
 معادله خط مماس در نقطه  $(x_0, y_0)$  بر دایره  $x^2 + y^2 = r^2$  به صورت زیر است:  $x_0 x + y_0 y = r^2$

مثال:  $m_l = \frac{-4-0}{0+\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{-4}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -4\sqrt{2} \rightarrow l: y = -4\sqrt{2}x + b \rightarrow y = -4\sqrt{2}x - 4$

همچنین می‌توانیم از روش دیگری استفاده کنیم:  $\begin{cases} y = -4\sqrt{2}x - 4 \\ y = x \end{cases} \rightarrow x = -4 \rightarrow y = -4$

فاصله از مرکز دایره  $O(0,0)$  تا خط  $l$ :  $OK = \sqrt{(-\frac{1}{\sqrt{2}} - 0)^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}} - 0)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

در یک مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  با  $A(0,0)$  و  $C(1,1)$  داریم:  $AB \parallel DC$  و  $AD \parallel BC$ .  
 اگر  $AB = a$  و  $BC = b$  و  $AC = c$  و  $\angle A = 90^\circ$  باشد، داریم:  $a^2 + b^2 = c^2$ .  
 در اینجا  $a = 1$  و  $b = 1$  و  $c = \sqrt{2}$  داریم.

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

همچنین می‌توانیم از فرمول مساحت مثلث قائم‌الزاویه استفاده کنیم:  $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

فاصله از مرکز دایره  $O(0,0)$  تا خط  $l: y = x + 1$ :  $OK = \frac{|1 - 0 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 0 = 0$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

فاصله از مرکز دایره  $O(0,0)$  تا خط  $l: y = x + 1$ :  $OK = \frac{|1 - 0 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

مساحت  $S = \frac{1}{2} \times AC \times OK = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$