Subject:
Year. Month. Date. ( )

دنیا ریاضی

①

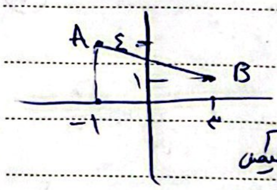
$$\left.\begin{aligned} y-k &= -\frac{1}{2}(x+2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1 + k \\ y-m &= -\frac{1}{2}(x-4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2 + m \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$k - 1 = 2 + m \qquad k - m = 3 \qquad AB = \sqrt{(-2-4)^2 + \underbrace{(k-m)^2}_{3}} = \sqrt{45}$

$S = AB^2 = 45$

---

②



$x_A + x_C = x_B + x_D$

$-1 + x = +3 - 1 - x \Rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = 1/5$

مربع $ABCD \rightarrow BC \perp AB \Rightarrow m_{AB} = -\frac{3}{4} \quad m_{BC} = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{y-1}{\frac{3}{2} - 3} \Rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x - \frac{3}{2} \rightarrow y = -1$

$A(-1,4)\quad B(3,1)\quad C(\frac{3}{2},-1),\quad D(-\frac{5}{2},2) \qquad AB = \sqrt{4^2+3^2} = 5 \qquad BC = \sqrt{2^2 + (\frac{3}{2})^2} = \frac{5}{2}$

محیط $= 2(\frac{5}{2} + 5) = \boxed{15}$

---

③

$\tan 60 = \sqrt{3} \qquad 2mx + (m^2-1)y = 3$

$(m^2-1)y = 3 - 2mx \longrightarrow y = \frac{-2m}{m^2-1}x + \frac{3}{m^2-1}$

$\frac{-2m}{m^2-1} = \sqrt{3} \Rightarrow -2m = \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{4 + 4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$

---

④

$AH \rightarrow BD \leftarrow$ ارتفاع AH

$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2 \qquad y - 3 = 2(x-3) \Rightarrow y = 2x - 3 \rightarrow BC = y - 2x + 3 = 0$

$\frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2-9-3|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \boxed{2\sqrt{5}}$

---

⑤

برای پیدا کردن B

$$\begin{cases} AB = 2y + 4x = 14 \\ BC = 2y - 7x = -19 \end{cases} \qquad 11x = 33 \rightarrow x = 3$$

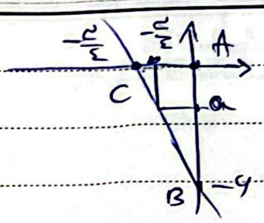
$2y = 7\times 3 - 19 \rightarrow y = 1$

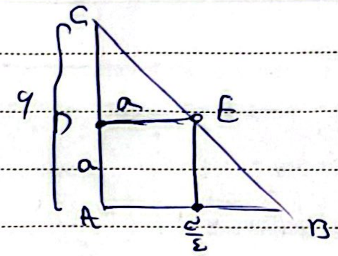
$BH = \frac{|4y - 3x - 17|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|4 - (3\times 3) - 17|}{5} = \boxed{\frac{22}{5}}$

(B فاصله)
(AC تا)

PAPCO

۶





ADEF مربع ← ABC ∼ ADE

$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{AB}$

$\frac{۶-a}{۶} = \frac{a}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴a}{۳} \Rightarrow ۱۸ - ۳a = ۲۴a$

$۲۷a = ۱۸ \rightarrow a = \frac{۲}{۳}$

قطر $= a\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

۷

$\begin{cases} ay - x = a - ۱ \\ y - ax = ۱ \end{cases}$ $\quad y = \frac{x}{a} + \frac{a-۱}{a}$, $\quad y = ax + ۱ \longrightarrow \frac{۱}{a} = a \Rightarrow a^۲ = ۱$

$\rightarrow a = ۱ \rightarrow y = x \Rightarrow y = x + ۱$ ✓ $(۱, ۲)$

$\rightarrow a = -۱ \rightarrow y = -x + ۲$ $(۱, ۲)$, $\quad y = -x + ۱ \}$ ✗ $\quad \} a = ۱$

$y = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$۵ = \sqrt{x^۲ + y^۲} \Rightarrow ۲۵ = x^۲ + (\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲$

$x^۲ = \frac{۴۹}{۲} \rightarrow x = \frac{۷}{\sqrt{۲}} = \frac{۷\sqrt{۲}}{۲}$

$S = xy = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۷\sqrt{۲}}{۲} = ۳,۵$

۸

$x - ۳y = ۱ \rightarrow ۳y = x - ۱ \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x - \frac{۱}{۳}$ $\quad A(۴, ۰), B(\frac{۷}{۲}, \frac{۱}{۲})$

$d = \frac{|۴ - ۱|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ $\quad m_{AC} = -۳ \quad y = -۳(x - ۴) = -۳x + ۱۲$

تقاطع $= \frac{۱}{۳}x - \frac{۱}{۳} = -۳x + ۱۲ \Rightarrow \frac{۱۰}{۳}x = \frac{۳۷}{۳} \Rightarrow x = ۳,۷ \rightarrow y = ۰,۹$

$\begin{vmatrix} ۳,۷ & ۴ & ۱ \\ ۰,۹ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{vmatrix} = -۲,۷$ $\quad S = \frac{۱}{۲} \times ۲,۷ = ۱,۳۵$

۹

$m = \frac{b-a}{-\frac{۱}{۲} \ldots} = \frac{b-a}{\frac{۱}{۴}} = \sqrt{۳} \rightarrow b - a = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$

$a = \sqrt{(-\frac{۱}{۲} - (-\frac{۱}{۴}))^۲ + (\underbrace{b-a}_{\frac{\sqrt{۳}}{۴}})^۲} \longrightarrow$ قطر مربع $= a\sqrt{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۰

ضلع = فاصله $= \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$ $\quad OA \perp L, \; L' \perp L \} \rightarrow OA \parallel L' \Rightarrow m_{L'} = \frac{۴}{۳}$

[illegible] $A(-۳, -۴)$

$OA \Rightarrow y = \frac{۴}{۳}x \quad L' \rightarrow y = \frac{۴}{۳}x + C$

$m_{OA} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow[OA \perp L]{} m_L = \frac{-۳}{۴}$

فاصله L' و $OA = ۵ \Rightarrow \frac{C}{\sqrt{۱ + (\frac{۴}{۳})^۲}} = \frac{۳C}{۵} = ۵ \rightarrow C = \frac{۲۵}{۳}$

$L' \Rightarrow y = \frac{۴}{۳}x + \frac{۲۵}{۳} \quad L \rightarrow y + ۴ = -\frac{۳}{۴}(x + ۳) \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴}x - \frac{۲۵}{۴}$

$\Rightarrow (\frac{۴}{۳}x_B + \frac{۲۵}{۳} = -\frac{۳}{۴}x_B - \frac{۲۵}{۴}) \times ۱۲ \Rightarrow ۱۶x_B + ۱۰۰ = -۹x_B - ۷۵ \Rightarrow ۲۵x_B = -۱۷۵ \quad x_B = -۷$

$y_B = -\frac{۲۸}{۳} + \frac{۲۵}{۳} = -۱ \quad x_B \times y_B = -۱ \times -۷ = ۷$