نام و نام خانوادگی : آیلین عظیمی   تخصص : ۱۶   درس : هندسه ۳ دوازدهم

۱

$A\begin{bmatrix}4\\-6\end{bmatrix} , B\begin{bmatrix}2\\8\end{bmatrix}$

$\text{شیب} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = \frac{8+6}{2-4} = \frac{14}{-2} = -7 \rightarrow \text{شیب عمود منصف} = \frac{1}{7}$

$\text{وسط } \overrightarrow{A,B} \text{ نقطه} : \begin{bmatrix}\frac{x_1+x_2}{2}\\ \frac{y_1+y_2}{2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{4+2}{2}\\ \frac{-6+8}{2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix} \Rightarrow$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = \frac{1}{7}(x - 3)$

$\boxed{y = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}}$

۲

$A\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}\ B\begin{bmatrix}-4\\7\end{bmatrix}\ C\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix}$

$BC \text{ طول} = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

$\text{اندازه } AH = \text{فاصله } A \text{ تا } BC$

$\text{طول } AH = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|12+3-5|}{5} = 2$

$BC \text{ شیب} = \frac{7-3}{-4+1} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3} \Rightarrow BC \text{ معادله} : y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 7 = -\frac{4}{3}(x + 4)$

$y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \xrightarrow{\times 3} 4x + 3y - 5 = 0$

$5 - 2 = 3 \text{ جواب}$

۳

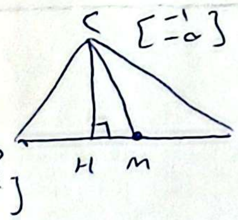
$\begin{cases}-x+2y-7=0 \xrightarrow{\times 2} -2x+4y-14=0\\ -ax+4y-2=0 \qquad -ax+4y-2=0\end{cases}$

$\underline{a=2}$ (شیب برابر)

$\text{فاصله ۲ خط} = \frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-14+2|}{\sqrt{4+16}} = \frac{\cancel{12}\,6}{\cancel{2}\sqrt5} = \frac{6}{\sqrt5} = \text{قطر} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{\sqrt5} = \text{شعاع}$

$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi \times \frac{9}{5} = \boxed{\frac{9}{5}\pi}$

۴



$M = \text{منصف} = \begin{bmatrix}\frac{4+2}{2}\\ \frac{1+3}{2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$

$AB \text{ معادله} : \rightarrow \text{شیب} = \frac{3-1}{2-4} = \frac{2}{-2} = -1$

$y - 1 = -1(x - 4)$

$y = -x + 5$

$H : \begin{bmatrix}x\\-x+5\end{bmatrix} , C\begin{bmatrix}-1\\-3\end{bmatrix}$

$\text{شیب این دو} = 1$ (قرینه و معکوس شیب AB)

$\frac{-x+5+3}{x+1} = 1$

$-x + 8 = x + 1$

$2x = 7$

$x = 3/5$

$y = 1/5$

$H : \begin{bmatrix}3/5\\1/5\end{bmatrix}$

$\overline{MH} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{\sqrt2}{2}}$

۵

$(3m-2)x + (5-m)y - 7 = 0 \rightarrow \text{شیب} = \frac{-3m+2}{5-m}$

$(m+1)x - (2m-4)y + 1 = 0 \rightarrow \text{شیب} = \frac{-m-1}{-2m+4} = \frac{m+1}{2m-4} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} \frac{-2m+4}{m+1}$

$\rightarrow \frac{-3m+2}{5-m} = \frac{-2m+4}{m+1} \rightarrow -3m^2 - 3m + 2m + 2 = -10m + 20 + 2m^2 - 4m$

$5m^2 - 13m + 18 = 0$

$\Delta < 0 \longrightarrow$ $\boxed{\text{به ازای هیچ } m}$

$AB: x+2y=3$

$AC: -2x+y=-1$

$BC: x+y=4$

$\begin{cases} x+2y=3 \\ -2x+y=-1 \end{cases}$ $x=-\frac{-5}{5}=1$, $y=\frac{5}{5}=1$ $\rightarrow A[1,1]$

$\begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$: BC وسط M

$\begin{cases} x+2y=3 \\ -x-y=-4 \end{cases}$ $y=-1$, $x=5$ $\rightarrow B[5,-1]$

$\begin{cases} -2x+y=-1 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$ $3y=7$ → $y=\frac{7}{3}$ $x=\frac{5}{3}$ $\rightarrow C[\frac{5}{3}, \frac{7}{3}]$

$AM=\sqrt{\frac{49}{9}+\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{50}{9}}=\frac{5\sqrt{2}}{3}$

BC معادله : ← شیب : $\frac{\frac{7}{3}+1}{\frac{5}{3}-5}=-1$

$y+1=-1(x-5) \rightarrow \frac{y=-x+4}{x+y-4=0}$: BC خط

فاصله A تا BC $= AH = \frac{|1+1-4|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ → نسبت $= \frac{\frac{5\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{2}}$, $\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ $\boxed{\frac{5}{3}}$ ۶

(۲)

$2x+4y$

$m=-\frac{1}{2} \rightarrow x+2y+c=0$

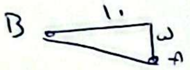
فاصله مبدأ تا این خط $= \frac{|c|}{\sqrt{5}} = \sqrt{20} \rightarrow |c|=10 \xrightarrow{c=10} x+2y+10=0$

(۲)

$2y=-x-10$

$y=-\frac{1}{2}x-5 \rightarrow |\text{عرض از مبدأ}|=5 : A$

$\frac{1}{2}x=-5$, $x=-10 \rightarrow |\text{طول از مبدأ}|=10 : B$



فاصله A و B طبق فیثاغورث : (AB) ←

$\sqrt{10^2+5^2}=\boxed{5\sqrt{5}}$

$-4x+my=2m \rightarrow my=4x+2m \rightarrow y_1=\frac{4}{m}x+2$

$(m-1)x+y=2 \rightarrow y_2=(1-m)x+2$

← چون عرض از مبدأ هر دو خط ۲ است یعنی ارتفاع مثلث ایجاد شده برابر با ۲ بوده

(۲)

$\frac{\cancel{2} \times \text{قاعده}}{2}=\frac{5}{2} \rightarrow \text{قاعده}=\frac{5}{2}$ ۸

قاعده مثلث با حساب اختلاف بین طول از مبدأ دو معادله است

طول از مبدأ y_1 : $\frac{4}{m}x=-2 \rightarrow x=-2\times\frac{m}{4}=-\frac{m}{2}$

y_2 ″ : $(1-m)x=-2 \rightarrow x=\frac{-2}{1-m}=\frac{2}{m-1}$

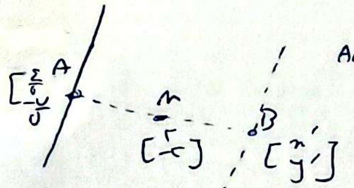
$\rightarrow \left|\frac{2}{m-1}+\frac{m}{2}\right|=\frac{5}{2}$

$\left|\frac{4+m^2-m}{2m-2}\right|=\frac{5}{2} \rightarrow$

$\frac{4+m^2-m}{2m-2}=\frac{5}{2} \rightarrow 8+2m^2-2m=10m-10$, $2m^2-12m+18=0$, $m^2-6m+9=0$, $(m-3)^2=0 \rightarrow \underline{m=3}$

$\frac{4+m^2-m}{2m-2}=-\frac{5}{2}$ → $8+2m^2-2m=-10m+10 \rightarrow 2m^2+8m-2=0$, $m^2+4m-1=0$, $\frac{c}{a}=-1$ → $3\times(-1)$ $\boxed{-3}$

$y=2x-3$ قرینه؟ نسبت؟ $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$: M



AM معادله خط : شیب $=\frac{-1}{2}$, نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow y+2=-\frac{1}{2}(x-2)$

$y=-\frac{1}{2}x-1$ (۲) ۹

A نقطه : $-\frac{1}{2}x-1=2x-3$

$\frac{5}{2}x=2 \rightarrow x=2\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}=x$, $y=-\frac{7}{5}$

$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ نقطه $= \begin{bmatrix} 2x_M-x_A \\ 2y_M-y_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-\frac{4}{5} \\ -4+\frac{7}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{16}{5} \\ \frac{-13}{5} \end{bmatrix} : B$

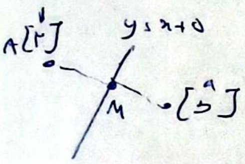
شیب خط $y=2$ (چون با خط y موازی است) ←

شیب $=2$ نقطه $B:[\frac{16}{5}, \frac{-13}{5}] \rightarrow y+\frac{13}{5}=2(x-\frac{16}{5}) \rightarrow \boxed{y=2x-9}$

(۲)

۱۰

$A[1,2]$ قرینه؟ نسبت؟ $y=x+5$ $A'[a,b]$



(۱) AM شیب $=-1$, نقطه $A[1,2]$ → $y-2=-1(x-1)$, $y=-x+3$

(۲) M نقطه $\begin{cases} y=x+5 \\ y=-x+3 \end{cases} \rightarrow x+5=-x+3$, $2x=-2$, $x=-1$, $y=4 \rightarrow M[-1,4]$

(۳) M = قرینه A نسبت به M $= A' \rightarrow \begin{bmatrix} 2x_M-x_A \\ 2y_M-y_A \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} -2-1 \\ 8-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

$2b-a=12+3=\boxed{15}$ ← $a=-3$ $b=6$