[illegible]

[illegible]

۱۹

① $A(۴,-۶)$ $B(۲,۸)$ نقطه وسط $A,B \Rightarrow x=\frac{x_A+x_B}{۲}=\frac{۲+۴}{۲}=۳$

$m_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۸-(-۶)}{۲-۴}=\frac{۱۴}{-۲}=-۷$

$y=\frac{y_A+y_B}{۲}=\frac{۸-۶}{۲}=۱$ $(۳,۱)$

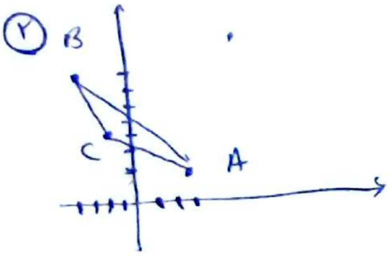
$y=mx+b \to y=-۷x+b \xrightarrow[(۲,۸)]{} ۸=\underbrace{-۷\times۲}_{-۱۴}+b \Rightarrow b=۲۲$ ۲

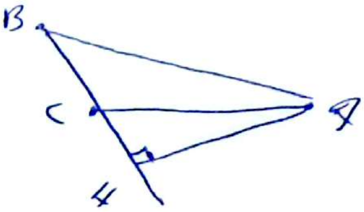
$y=-۷x+۲۲$

$m_{AB}\times \underset{\text{عمود}}{m}=-۱ \Rightarrow -۷\times \underset{\text{عمود}}{m}=-۱ \Rightarrow \boxed{\underset{\text{عمود}}{m}=\frac{۱}{۷}}$

$y=\frac{۱}{۷}x+b \xrightarrow[(۳,۱)]{} ۱=\frac{۳}{۷}+b \Rightarrow b=\frac{۴}{۷} \Rightarrow y=\frac{۱}{۷}x+\frac{۴}{۷}$

②





$A(۳,۱)$
$B(-۴,۷)$
$C(-۱,۳)$

۳

فاصله B از C = طول ضلع BC $\Rightarrow \sqrt{(x_B-x_C)^۲+(y_B-y_C)^۲}=\sqrt{(\underbrace{-۴-(-۱)}_{(-۳)^۲})^۲+(\underbrace{۷-۳}_{۴^۲})^۲}=\textcircled{۵}$

فاصله نقطه A از خط BC

$m_{BC}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۷-۳}{\underbrace{-۴-(-۱)}_{-۳}}=\frac{۴}{-۳}=-\frac{۴}{۳}$

$y=mx+b$

$y=-\frac{۴}{۳}x+b \xrightarrow[(-۱,۳)]{} ۳=\underbrace{-\frac{۴}{۳}\times-۱}_{+\frac{۴}{۳}}+b \Rightarrow b=\frac{۵}{۳} \Rightarrow \boxed{y=-\frac{۴}{۳}x+\frac{۵}{۳}}$

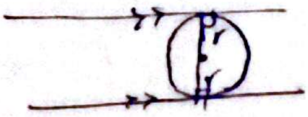
$\xRightarrow{\times۳} ۳y+۴x-۵=۰$

$$\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|y+\frac{۴}{۳}x-\frac{۵}{۳}|}{\sqrt{۱+(\frac{۴}{۳})^۲}}=\frac{|۳y+۴x-۵|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{|۳\times۱+۴\times۳-۵|}{۵}$$

$$=\frac{|۳+۱۲-۵|}{۵}=\frac{۱۰}{۵}=\boxed{۲}$$

$BC-AH=۵-۲=۳$

③



$۲r=$ فاصله دو خط

$۲y-x-۷=۰ \Rightarrow$ [illegible]

$۴y-ax-۴=۰$

$(۲y-x-۷=۰)\times۲ \Rightarrow ۴y-۲x-۱۴=۰$

لازمه موازی غیر منطبق $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}=\frac{۲}{۴}=\frac{-۱}{-a}\neq\frac{-۷}{-۴}$

$-۲a=-۴ \Rightarrow \boxed{a=۲}$

به نام خداوند دانش

①

$(۲y - x - ۷ = ۰) \times ۲ = ۴y - ۲x - ۱۴ = ۰ \quad ۴y - ۲x = ۱۴$

$۴y - ۲x - ۴ = ۰ \Rightarrow ۴y - ۲x = ۴$

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|۱۴ - ۴|}{\sqrt{۴^۲ + ۲^۲}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۲۰}} = \frac{\cancel{۱۰}^{\,۵}}{\cancel{۲}\sqrt{۵}} = \sqrt{۵} = ۲r$$

$r = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \qquad S = \pi r^۲ = \pi \times \left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)^۲ = \boxed{\frac{۵}{۴}\pi}$

$\begin{cases} ۲y - x = ۷ \\ ۴y - ax = ۲ \end{cases} \longrightarrow a = ۲$ $\quad d = \frac{۶}{\sqrt{۵}} \longrightarrow$ شعاع $= \frac{۳}{\sqrt{۵}} \quad S = \pi \times \frac{۹}{۵} = \frac{۹}{۵}\pi$

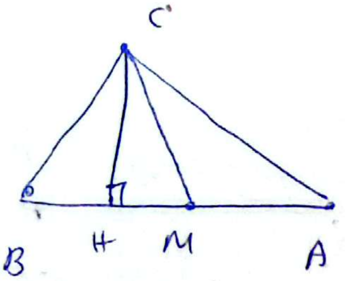
④

$A(۲,۳)$

$B(۴,۱)$

$C(-۱,-۳)$

$MH = ?$



③

$M \Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{۲ + ۴}{۲} = ۳$

$y_M = \frac{y_A + y_B}{۲} = \frac{۳ + ۱}{۲} = ۲ \qquad M(۳,۲)$

$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۳ - ۱}{۲ - ۴} = \frac{۲}{-۲} = -۱$ $\quad$ خط $AB \Rightarrow y = ax + b$

$\underbrace{m_{AB}}_{-۱} \times m_{CH} = -۱ \Rightarrow m_{CH} = ۱$ $\quad \Rightarrow y = -x + b \xrightarrow[A(۲,۳)]{} ۳ = -۲ + b \quad \boxed{b = ۵}$

$\boxed{y = -x + ۵}$

خط $CH \to y = ax + b \to y = x + b \xrightarrow{(-۱,-۳)} -۱ + b = -۳ \Rightarrow \boxed{b = -۲}$

$\to \boxed{y = x - ۲}$

محل برخورد خط $CH, AB \Rightarrow \begin{matrix} y = x - ۲ \\ y = -x + ۵ \end{matrix} \Rightarrow x - ۲ = -x + ۵ \qquad H\left(\frac{۷}{۲}, \frac{۳}{۲}\right)$

$۲x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۲}$

$y = x - ۲ \Rightarrow y = \frac{۷}{۲} - ۲ = \boxed{\frac{۳}{۲}}$

$MH = \sqrt{(x_M - x_H)^۲ + (y_M - y_H)^۲}$ $\qquad \frac{۷}{۲} - \frac{۴}{۲} = \boxed{\frac{۳}{۲}}$

$= \sqrt{\underbrace{\left(۳ - \frac{۷}{۲}\right)^۲}_{\left(-\frac{۱}{۲}\right)^۲} + \underbrace{\left(۲ - \frac{۳}{۲}\right)^۲}_{\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲}} = \sqrt{\frac{۲}{۴}} = \sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

به نام خداوند دانش

⑤ $m = ?$

خط $A \Rightarrow (۳m-۲)x + (۵-m)y - ۷ = ۰$, $m = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = \frac{-(۳m-۲)}{۵-m} = \frac{-۳m+۲}{۵-m}$

۲

خط $B \Rightarrow (m+۱)x - (۲m-۴)y + ۱ = ۰$, $m = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = \frac{-(m+۱)}{-(۲m-۴)} = \frac{m+۱}{۲m-۴}$

بر هم عمودند

$m_{A\,\text{خط}} \times m_{B\,\text{خط}} = -۱ \Rightarrow \frac{-۳m+۲}{۵-m} \times \frac{m+۱}{۲m-۴} = -۱ \Rightarrow \frac{-۳m+۲}{۵-m} = \frac{-۲m+۴}{m+۱}$

$(۵-m)(-۲m+۴) = (-۳m+۲)(m+۱)$

$\Rightarrow -۱۰m + ۲۰ + ۲m^۲ - ۴m = -۳m^۲ - ۳m + ۲m + ۲$ مای وجود ندارد

$۲m^۲ - ۱۴m + ۲۰ = -۳m^۲ - m + ۲$ $\Delta < ۰$ $b^۲ - ۴ac = \underbrace{(-۱۳)^۲}_{۱۶۹} - \underbrace{۴ \times ۵ \times ۱۸}_{۳۶۰}$

$۵m^۲ - ۱۳m + ۱۸ = ۰ \xrightarrow{} (\div ۵)$ $m^۲ - ۱۳m + (۱۸ \times ۵) = ۰$ $= -۱۹۱$ $\Delta < ۰$

---

② $\frac{AM}{AH}$

$AB: x + ۲y = ۳$

$AC: y = ۲x - ۱$

$BC: x + y = ۴$

تقاطع $A \Rightarrow x + ۲y = ۳ \Rightarrow ۲y = ۳ - x \Rightarrow y = \frac{۳-x}{۲}$

$(۱,۱)$ $y = ۲x - ۱$

$\frac{۳-x}{۲} = ۲x - ۱ \Rightarrow ۳ - x = ۴x - ۲$

$۵x = ۵ \Rightarrow x = ۱$

$y = ۲x - ۱ \longrightarrow ۲ \times ۱ - ۱ = ۱$

تقاطع $B \Rightarrow x + ۲y = ۳ \Rightarrow ۲y = ۳ - x \Rightarrow y = \frac{۳-x}{۲}$

$(۵,-۱)$ $x + y = ۴ \Rightarrow y = ۴ - x$ $\Rightarrow \frac{۳-x}{۲} = ۴ - x \Rightarrow$

$۳ - x = ۸ - ۲x \Rightarrow x = ۵$

$y = ۴ - x \Rightarrow y = ۴ - ۵ = -۱$

تقاطع $C \Rightarrow y = ۲x - ۱$

$x + y = ۴ \Rightarrow y = ۴ - x$

$(\frac{۵}{۳}, \frac{۷}{۳})$ $۲x - ۱ = ۴ - x \Rightarrow ۳x = ۵ \Rightarrow x = \frac{۵}{۳}$

$y = ۲x - ۱ \longrightarrow y = ۲ \times \frac{۵}{۳} - ۱ = \frac{۱۰}{۳} - \frac{۳}{۳} = \frac{۷}{۳}$

۲

$y_M = \frac{y_B + y_C}{۲} = \frac{-۱ + \frac{۷}{۳}}{۲} = \frac{\frac{۴}{۳}}{۲} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

$M \Rightarrow x_M = \frac{x_B + x_C}{۲} = \frac{۵ + \frac{۵}{۳}}{۲} = \frac{\frac{۲۰}{۳}}{۲} = \boxed{\frac{۱۰}{۳}}$

$M\,(\frac{۱۰}{۳}, \frac{۲}{۳})$

$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^۲ + (y_A - y_M)^۲} = \sqrt{\underbrace{(۱-\frac{۱۰}{۳})^۲}_{(-\frac{۷}{۳})^۲ \; \frac{۴۹}{۹}} + \underbrace{(۱-\frac{۲}{۳})^۲}_{(\frac{۱}{۳})^۲ \; \frac{۱}{۹}}} = \sqrt{\frac{۵۰}{۹}} = \frac{\sqrt{۵۰}}{۳} = \boxed{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}$

$y = ax + b$

$m_{BC} \Rightarrow y = ۴ - x \Rightarrow \boxed{m_{BC} = -۱}$

$m_{AH} \times m_{BC} = -۱ \Rightarrow \boxed{m_{AH} = ۱}$

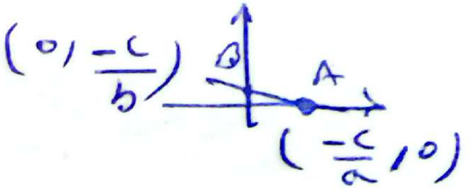
$y = ax + b \Rightarrow y = x + b \xrightarrow[(۱,۱)]{} y = ۱ + b = ۱ \Rightarrow b = ۰ \Rightarrow y = x$ خط AH

فاصله A از خط BC $= \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|x + y - ۴|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{|۱ + ۱ - ۴|}{\sqrt{۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}}$

$\frac{AM}{AH} = \frac{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{۲}{\sqrt{۲}}} = \frac{۵ \times ۲}{۲ \times ۳} = \boxed{\frac{۵}{۳}}$

به نام خداوند دانش

⑦



$m = -\frac{۱}{۲}$

محور مختصات

در نقطه‌های A, B

فاصله‌ی نقطه از خط $= \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \frac{|0\times a+0\times b+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \sqrt{۲۰}$

(۰،۰)

فاصله‌ی مبدأ تا خط $= \sqrt{۲۰}$

فاصله‌ی نقطه A و B از هم

$\Rightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \sqrt{۲۰} \xRightarrow{۲a=b} \frac{|c|}{\sqrt{a^۲+\underbrace{(۲a)^۲}_{۴a^۲}}} = \frac{|c|}{\sqrt{۵a^۲}} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$

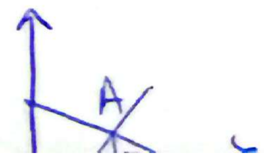
$\Rightarrow \frac{|c|}{\sqrt{۵}|a|} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow \boxed{\frac{|c|}{|a|} = ۱۰}$

$m = \frac{-\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = \frac{-a}{b} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{۲a=b}$

فاصله‌ی نقطه B, A $= \sqrt{(x_B-x_A)^۲+(y_B-y_A)^۲} = \sqrt{\underbrace{(0-(-\frac{c}{a}))^۲}_{\frac{c^۲}{a^۲}=\frac{۴c^۲}{۴a^۲}} + \underbrace{(\frac{-c}{b}-0)^۲}_{\frac{c^۲}{b^۲}=\frac{c^۲}{(۲a)^۲}=\frac{c^۲}{۴a^۲}}} = \sqrt{\frac{۵c^۲}{۴a^۲}} = \frac{\sqrt{۵}|c|}{۲|a|}$

$= \frac{\sqrt{۵}}{۲} \times ۱۰ = \boxed{۵\sqrt{۵}}$

⑧ مساحت مثلث بین خطوط $\frac{۵}{۲}$ Ⓐ Ⓑ

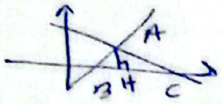


به نام خداوند دانش

دسته خط از یک نقطه خاص می‌گذرد

⑧ مساحت مثلث بین خطوط $= \frac{۵}{۲}$ محور x ها / $my - ۴x = ۲m$ Ⓐ

$y = ۰$ $y + mx = x + ۲$ Ⓑ



محل برخورد خط Ⓐ و محور x $\begin{cases} my - ۴x = ۲m \\ y = ۰ \end{cases} \Rightarrow -۴x = ۲m \Rightarrow \boxed{x = -\frac{۱}{۲}m}$

محل برخورد خط Ⓑ و محور x $\begin{cases} y + mx = x + ۲ \\ y = ۰ \end{cases} \Rightarrow mx = x + ۲ \Rightarrow \boxed{x = \frac{۲}{m-۱}}$

$my - ۴x = ۲m$ $\begin{cases} m = ۱ & y - ۴x = ۲ \text{ Ⓑ} \\ m = ۲ & ۲y - ۴x = ۴ \text{ Ⓐ} \end{cases}$ ⊖ $\Rightarrow A - B \Rightarrow \boxed{y = ۲}$ $(۰,۲)$

$y - ۴x = ۲ \Rightarrow -۴x = ۰ \Rightarrow \boxed{x = ۰}$

$y + mx = x + ۲$ $\begin{cases} m = ۱ & y + x = x + ۲ \Rightarrow \boxed{y = ۲} \\ m = ۰ \Rightarrow & y = x + ۲ \end{cases}$ $\Rightarrow y = x + ۲$

$(۰,۲)$

$۲ = x + ۲ \Rightarrow \boxed{x = ۰}$

$A(۰,۲)$ $= (۰,۲)$ است محل برخورد این دو خط ⇐ و هر دو دسته خط از یک نقطه می‌گذرند

فاصله‌ی نقطه B و C $= \sqrt{(x_B - x_C)^۲ + \underbrace{(y_B - y_C)^۲}_{(۰-۰)^۲}} = \sqrt{\left(-\frac{m}{۲} - \frac{۲}{m-۱}\right)^۲}$

فاصله‌ی A از خط BC $\Rightarrow y_A = ۲ = AH$ $= \left|\frac{-m^۲ + m - ۴}{۲m - ۲}\right| = \frac{۵}{۲}$

$\frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۵}{۲} \Rightarrow ۲ \times BC = ۵ \Rightarrow BC = \frac{۵}{۲}$

$\longrightarrow \left|\frac{-m^۲ + m - ۴}{۲m - ۲}\right| = \frac{۵}{۲} \Rightarrow -۲m^۲ + ۲m - ۸ = ۱۰m - ۱۰$

$-۲m^۲ - ۸m + ۲ = ۰ \xrightarrow[\times -\frac{۱}{۲}]{} m^۲ + ۴m - ۱ = ۰$

$\frac{-m^۲ + m - ۴}{۲m - ۲} = \frac{-۵}{۲} \Rightarrow$

$\sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a} = \frac{-۴ \pm \sqrt{۱۶ - ۴ \times ۱ \times -۱}}{۲}$

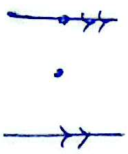
$-۲m^۲ + ۲m - ۸ = -۱۰m + ۱۰ \Rightarrow \underset{=۰}{-۲m^۲ + ۱۲m - ۱۸}$ $= \boxed{-۲ \pm \sqrt{۵}}$

$\xrightarrow[\div -۲]{} m^۲ - ۶m + ۹ = ۰ \longleftrightarrow (m-۳)^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{m = ۳}$

$\underbrace{(-۲ + \sqrt{۵})(-۲ - \sqrt{۵})}_{۴ - ۵ = -۱}(۳) = \boxed{-۳}$

به نام خداوند دانش

⑨ قرینه خط $y = ۲x - ۳$ نسبت به نقطه $M(۲,-۲)$



نقطه $\overset{A}{(۲,۱)}$ به دلخواه از این خط در نظر می‌گیریم $y = ۲ \times ۲ - ۳ = ۱$

$m = ۲ \overset{موازی}{\Longleftarrow}$ هستند

$A' = ? \quad x_{A'} = ۲x_M - x_A = ۲ \times ۲ - ۲ = ۲$ $\quad (۲,-۵)$

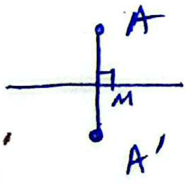
$y_{A'} = ۲y_M - y_A = \underbrace{۲ \times -۲}_{-۴} - ۱ = -۵$

$y = ۲x + b \xrightarrow[A'(۲,-۵)]{} -۵ = ۲ \times ۲ + b \Rightarrow \boxed{b = -۹} \quad \boxed{y = ۲x - ۹}$

شیب $= ۱ \Rightarrow$

⑪ $A(۱,۲) \xrightarrow{y = x + ۵} A'(a,b)$

$۲b - a$



شیب $AA' \Rightarrow$ شیب $y \times$ شیب $AA' = -۱$

$۱ \times \bigcirc = -۱ \Rightarrow \boxed{\text{شیب } AA' = -۱}$

$y = ax + b \Rightarrow y = -x + b$

$\xrightarrow{A(۱,۲)} ۲ = -۱ + b \Rightarrow \boxed{b = ۳}$

$\Rightarrow \boxed{y = -x + ۳}$

محل برخورد دو خط M $\Rightarrow \begin{cases} y = -x + ۳ \\ y = x + ۵ \end{cases}$

$-x + ۳ = x + ۵$

$۲x = -۲ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow y = -x + ۳ \Rightarrow \boxed{y = +۱ + ۳ = ۴}$

$(-۱,۴)$

$۲x_M - x_A = x_{A'} \Rightarrow \underbrace{۲ \times -۱}_{-۲} - ۱ = -۳$

$(-۳,۷)$

$۲y_M - y_A = y_{A'} \Rightarrow \underbrace{۲ \times ۴}_{۸} - ۲ = ۷$

$A'(-۳,۷) \Rightarrow ۲b - a = \underbrace{۲ \times ۷}_{۱۴} - (-۳) = \boxed{۱۷}$