

الف) عبور از نقطه ۱۵-۲

$$\begin{cases} 4a+b=2 \\ 5a+b=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a=-4 \Rightarrow \text{معادله خط: } y-2=-4x+16 \rightarrow y=-4x+18$$

ب) موازی با خط $2y+4x=-1$

$$2y+4x=-1 \rightarrow 2y=-4x-1 \rightarrow y=-2x-\frac{1}{2} \rightarrow a=-2 \Rightarrow \text{شیب خط موازی: } y-2=-2x+4 \rightarrow y=-2x+6$$

ج) عمود بر خط $x+3y=1$

$$x+3y=1 \rightarrow 3y=1-x \rightarrow y=\frac{1}{3}-\frac{x}{3} \rightarrow a=-\frac{1}{3} \Rightarrow \text{شیب خط عمود: } y-2=\frac{1}{3}(x-4) \rightarrow y=\frac{1}{3}x-\frac{10}{3}$$

د) زاویه $\frac{\pi}{3}$ با محور مختصات

$$\text{شیب خط} = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow a=\sqrt{3} \rightarrow y-2=\sqrt{3}(x-4) \rightarrow y=\sqrt{3}x-4\sqrt{3}+2 \rightarrow y=\sqrt{3}x+(2-4\sqrt{3})$$

سوال ۲۰

الف) فاصله نقطه تا نقطه $|-1/\sqrt{5}|$

$$\text{فاصله: } \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(-1-2)^2+(7-3)^2} = \sqrt{(-3)^2+(4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

ب) فاصله نقطه از خط $3x+4y=3$

$$\text{فاصله: } \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad 3x+4y=3 \rightarrow 3x+4y-3=0 \rightarrow a=3, b=4, c=-3$$

$$\Rightarrow \text{فاصله: } \frac{|3(2)+4(3)-3|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|6+12-3|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|15|}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

سوال ۳۰

الف) معادله خط دقیقاً وسط این دو خط موازی آخا:

$$2x+3y=4, \quad 4x+4y=8 \rightarrow 2x+3y=4 \rightarrow 2x+3y-4=0 \rightarrow C_1=-4$$

$$4x+4y=8 \rightarrow 2x+3y=4 \rightarrow 2x+3y-4=0 \rightarrow C_2=-4$$

ب) فاصله از خط:

$$2x+3y=4 \rightarrow 2x+3y-4=0 \rightarrow C_1=-4$$

$$4x+4y=8 \rightarrow 2x+3y=4 \rightarrow 2x+3y-4=0 \rightarrow C_2=-4$$

$$\text{فاصله: } \frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-4-(-4)|}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{|-4+4|}{\sqrt{4+9}} = \frac{0}{\sqrt{13}} = 0$$

سوال ۳۱) معادله خطوط متساوی فاصله

$$\frac{|2x-2y-1|}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{|2x+3y-3|}{\sqrt{2^2+3^2}} \rightarrow |2x-2y-1| = |2x+3y-3|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) 2x-2y-1=2x+3y-3 \rightarrow -2y-1=3y-3 \rightarrow -5y=-2 \rightarrow y=\frac{2}{5} \rightarrow x-\frac{2}{5}y=0 \\ 2) 2x-2y-1=-(2x+3y-3) \rightarrow 2x-2y-1=-2x-3y+3 \rightarrow 4x+y-4=0 \end{cases}$$

سوال ۵) زاویه ی بین $y + 3x = 3$ و $y - 2x = 5$

$$y + 3x = 5 \rightarrow y = -3x + 5 \rightarrow m = -3$$

$$y + 3x = 3 \rightarrow y = -3x + 3 \rightarrow m' = -3$$

زاویه ی بین دو خط: $\left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{-3 - (-3)}{1 + (-3)(-3)} \right| = \left| \frac{0}{10} \right| = 0$

$$\tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$\alpha = 22.5^\circ$

A | $\begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix}$ B | $\begin{matrix} -5 \\ 3 \end{matrix}$

سوال ۶)

الف) فاصله ی دو نقطه: $|AB| = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-5 - 3)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

ب) مختصات نقطه ی تقاطع این دو خط: $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \rightarrow (-1, 1)$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-5)}{2} = -1 \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

سهم از مرکز مثلث: $\begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -10 \\ -3 \end{vmatrix}$

سوال ۷)

الف) مرکز ثقل مثلث

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{3 + (-2) + (-10)}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

مرکز ثقل مثلث: $(-3, -3)$

$$y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1 + 3 + (-13)}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

ب) مساحت مثلث

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & 1 & -13 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (-10 + 24 + 9 + 30 + 2) = \frac{1}{2} \times 49 = 24.5$$

$S = 48$

$$y = \frac{2x + 1}{4x - 3}$$

سوال ۸)

الف) ضابطه تابع مرتبه سبب محور ها:

عوض کنیم x را با $-y$: $-y = \frac{2x + 1}{4x - 3} \rightarrow y = \frac{-2x - 1}{4x - 3}$

عوض کنیم y را با x : $x = \frac{-2y - 1}{-4y - 3} \rightarrow y = \frac{-2x - 1}{-4x - 3}$

ب) ضابطه تابع مرتبه سبب محور ها:

ج) ضابطه تابع مرتبه سبب نیمساز ناحیه اول و دوم:

عوض کنیم x را با y : $y = \frac{2y + 1}{4y - 3} \rightarrow 4xy - 3x = 2y + 1 \rightarrow 4xy - 2y = 3x + 1 \rightarrow y(4x - 2) = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{3x + 1}{4x - 2}$

د) ضابطه تابع مرتبه سبب نیمساز ناحیه دو و چهارم:

عوض کنیم x را با $-x$: $-x = \frac{-2y + 1}{-4y - 3} \rightarrow 4xy + 3x = -2y + 1 \rightarrow 4xy + 2y = -3x + 1 \rightarrow y(4x + 2) = -3x + 1 \rightarrow y = \frac{-3x + 1}{4x + 2}$

$$y = \frac{2x+1}{x-3}$$

انتقال | 2 -3 → $\begin{cases} x' = x-2 \\ y' = y+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = x'+2 \\ y = y'-3 \end{cases}$

$$\Rightarrow y'-3 = \frac{2(x'+2)+1}{(x'+2)-3} \rightarrow y'-3 = \frac{2x'+4+1}{x'+2-3} \rightarrow y' = \frac{2x'+5}{x'-1} + 3 \rightarrow y' = \frac{2x'+5+3(x'-1)}{x'-1}$$

$$\rightarrow y' = \frac{2x'+5+3x'-3}{x'-1} \rightarrow y' = \frac{5x'+2}{x'-1}$$

انتقال | 3 -2 → $\begin{cases} x' = x-3 \\ y' = y-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = x'+3 \\ y = y'+2 \end{cases}$

$$\Rightarrow y'+2 = \frac{2(x'+3)+1}{(x'+3)-3} \rightarrow y'+2 = \frac{2x'+6+1}{x'+3-3} \rightarrow y' = \frac{2x'+7}{x'} - 2 \rightarrow y' = \frac{2x'+7-2x'}{x'}$$

$$\rightarrow y' = \frac{7}{x'}$$

سوال 9 (الف) $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ x-5y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+4y=2 \\ 3x-15y=3 \end{cases} \xrightarrow{-} 19y=-1 \rightarrow y = -\frac{1}{19}$ $x-5y=1 \rightarrow x-5(-\frac{1}{19})=1 \rightarrow x = \frac{14}{19}$

سوال 10 (ب) $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ x-5y=1 \end{cases} \rightarrow x = -\frac{\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = -\frac{4+10}{-15-4} = -\frac{14}{-19} = \frac{14}{19} \rightarrow x = \frac{14}{19}$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{3-2}{-15-4} = \frac{1}{-19} = -\frac{1}{19} \rightarrow y = -\frac{1}{19}$$