۲۰

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ....

۱ (۲)

$y = -x^2 + bx + 3 \Rightarrow y_{max} = 7$

$y_{max} = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow 7 = \frac{-(b^2-12)}{4\times -1} = \frac{-b^2+12}{-4} = 7 \Rightarrow -b^2+12 = -28 \Rightarrow -b^2 = -16 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow \boxed{b = \pm 4}$ ← جواب

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = +b^2 - (4\times -1\times 3) \Rightarrow \Delta = b^2 - 12$

۲ (۲)

الف) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 3 \Rightarrow x^2 = t$

$t^2 + 2t + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - (4\times 1\times 3) < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد ← جواب

ب) $f(x) = (4-x^2)^2 - 2(4-x^2) - 15 \Rightarrow 4 - x^2 = t$

$t^2 - 2t - 15 = 0 \Rightarrow (t-5)(t+3) = 0$
→ $t = 5 \Rightarrow 4 - x^2 - 5 = 0 \Rightarrow -x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = -1$ غ ق ق
→ $t = -3 \Rightarrow 4 - x^2 + 3 = 0 \Rightarrow -x^2 = -7 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{7}}$ ← جواب

۳ (۲)

* ریشه‌های معادله را α و β فرض می‌کنیم

$\alpha + 2 = \beta$ (*) $\Rightarrow 1 + 2 = \boxed{3 = \beta}$

$4x^2 - 16x + m = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = 4 \; , \; P = \frac{c}{a} = \frac{m}{4}$

$S = \alpha + \beta \Rightarrow 4 = \alpha + (\alpha + 2) = 4 \Rightarrow 2\alpha + 2 = 4 \Rightarrow 2\alpha = 2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$ *

$P = \alpha\beta \Rightarrow 3 \times 1 = 3 = \frac{m}{4} \Rightarrow \boxed{m = 12}$ → جواب

$\xrightarrow{m=12 \text{ در}} 4x^2 - 16x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 256 - (4\times 4\times 12) > 0$ ✓

۴ (۲)

$3x^2 - 6x + m - 1 = 0 \; , \; 2\alpha - \beta = 4 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = 2 \; , \; P = \frac{c}{a} = \frac{-1+m}{3}$

$2\alpha - \beta = 4 \Rightarrow \beta = 2\alpha - 4 \Rightarrow \beta = 2\times 2 - 4 = \boxed{0 = \beta}$

$S = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + (2\alpha - 4) = 3\alpha - 4 = 2 \Rightarrow 3\alpha = 6 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$

$P = \alpha\beta \Rightarrow \alpha(2\alpha - 4) = 2\alpha^2 - 4\alpha = \frac{m-1}{3} = 0 \Rightarrow m - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 1}$ → جواب

$\xrightarrow{m=1} 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 36 - (4\times 3\times 0) > 0$ ✓

۵ (۲)

* برای اینکه α و β معکوس باشند باید حاصل‌ضرب آنها یک باشد ← α و β ⇐ $\alpha = \frac{1}{\beta}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{\beta} \times \beta = 1$

$-mx^2 + 4x + m^2 - 2 = 0 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{-m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = -m \Rightarrow m^2 - 2 + m = 0$ ← جمع ضرایب صفر

→ $x = 1$
→ $x = \frac{c}{a} = -2$ $\Rightarrow \boxed{m = 1}$, $m = -2$ ← جواب

$m = 1 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = -x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4 = 12 > 0$ ✓

$m = -2 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 16 - 16 = 0$ ✗ → غ ق ق → * چون می‌شود یک ریشه مضاعف، معکوس نمی‌شود

۶

$x^{۲} - mx + ۳ = ۰ \,,\, \alpha\beta^{۲} = ۴$

$\hookrightarrow P = \frac{c}{a} = ۳ \,,\, S = -\frac{b}{a} = m$

$\alpha\beta^{۲} = ۴ \Rightarrow \underbrace{\alpha \times \beta}_{۳} \times \beta = ۴ \Rightarrow \beta = \frac{۴}{۳}$ (*) $, \alpha\beta^{۲} = ۴ \overset{(*)}{\Rightarrow} (\frac{۴}{۳})^{۲} \times \alpha = ۴ \Rightarrow \alpha = ۴ \times \frac{۹}{۱۶} = \frac{۹}{۴}$

$\alpha + \beta = S = m \Rightarrow \frac{۹}{۴} + \frac{۴}{۳} = \boxed{\frac{۴۳}{۱۲} = m}$ → جواب

$x^{۲} - mx + ۳ = ۰ \Rightarrow x^{۲} - \frac{۴۳}{۱۲}x + ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta = b^{۲} - ۴ac \Rightarrow \Delta = (\frac{-۴۳}{۱۲})^{۲} - (۴ \times ۱ \times ۳) > ۰$ ✓

۷

α و β ریشه‌های معادله‌اند ⇐ $\alpha = ۳\beta$

$x^{۲} - ۴x + m = ۰$

$S = -\frac{b}{a} = ۴ \,,\, P = m$

$S = \alpha + \beta = ۳\beta + \beta = ۴ \Rightarrow ۴\beta = ۴ \Rightarrow \boxed{\beta = ۱}$

$\alpha = ۳\beta \Rightarrow ۳ \times ۱ = \boxed{۳ = \alpha}$

$P = \alpha \cdot \beta = m \Rightarrow ۳ \times ۱ = \boxed{۳ = m} \Rightarrow$ جواب

$x^{۲} - ۴x + ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta = b^{۲} - ۴ac \Rightarrow \Delta = ۱۶ - (۴ \times ۱ \times ۳) > ۰$ ✓

۸

$x^{۲} - ۷x + ۲ = ۰$

$\alpha\beta = P = ۲ \Rightarrow \beta = \frac{۲}{\alpha}$

$S = -\frac{b}{a} = ۷$

$\alpha^{۳} + \frac{۸}{\alpha^{۳}} = (\alpha + \underbrace{\frac{۲}{\alpha}}_{\beta})^{۳} - ۶(\alpha + \underbrace{\frac{۲}{\alpha}}_{\beta})$

$(\alpha + \beta)^{۳} - ۶(\alpha + \beta) = ۳۴۳ - ۴۲ = \boxed{۳۰۱}$ → جواب

۹

$h(t) = -۱۰t^{۲} + ۵۰t$

$h_{max} = -\frac{\Delta}{۴a} \Rightarrow h_{max} = -\frac{۲۵۰۰}{-۴۰} = \frac{۲۵۰}{۴} = \boxed{۶۲/۵} \Rightarrow$ جواب

$\Delta = b^{۲} - ۴ac = ۲۵۰۰ - (۴ \times -۱۰ \times ۰) = ۲۵۰۰$

زمانی که به زمین برخورد: $-۱۰t^{۲} + ۵۰t = ۰ \Rightarrow ۱۰t(-t + ۵)$ → $t = ۰$ ، $\boxed{t = +۵}$ → زمانی که توپ به زمین برخورد می‌کند

↳ جواب

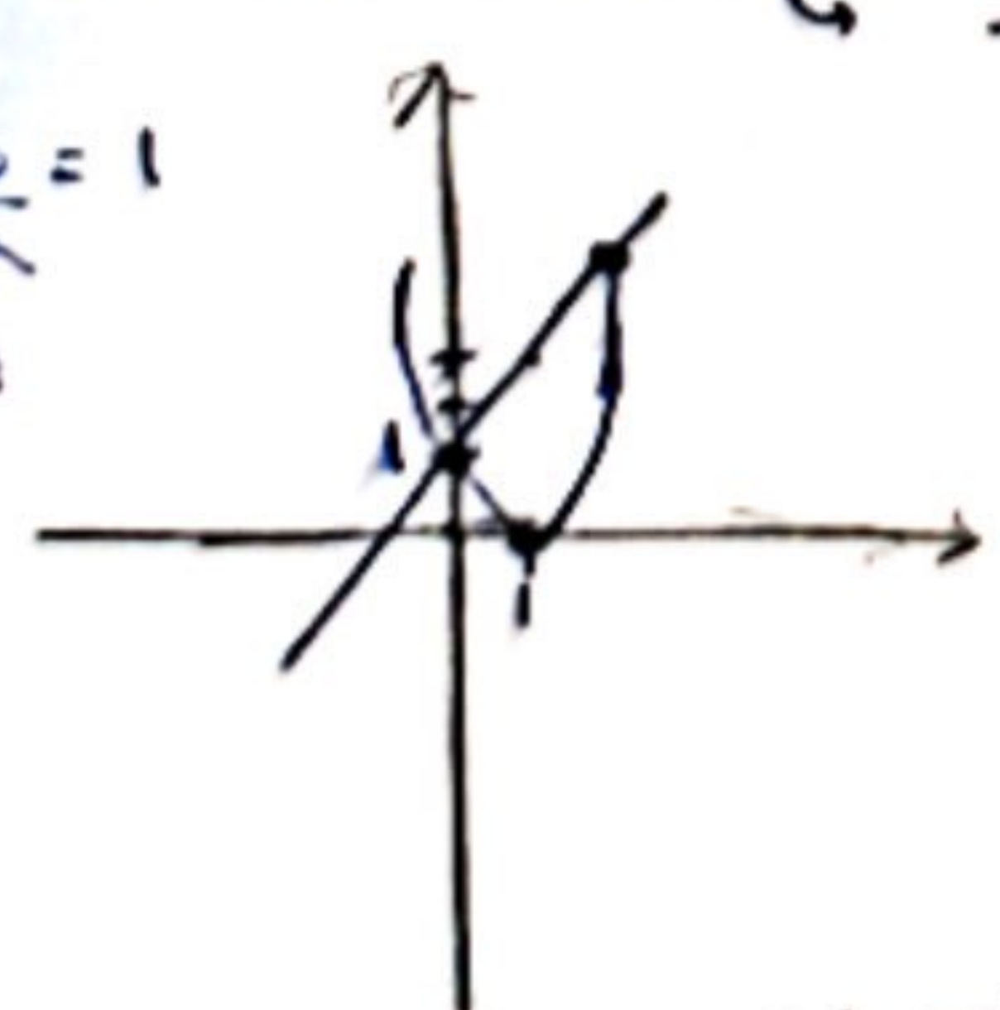
۱۰

الف) $(x - ۱)^{۲} = ۲x + ۱$

$\Rightarrow x^{۲} + ۱ - ۲x = ۲x + ۱$

x	۰	۱
y	۱	۳

رأس: $x = -\frac{b}{۲a} = ۱ \,,\, y = ۰$



$x^{۲} - ۲x + ۱ = ۲x + ۱$

$x^{۲} - ۴x = ۰$

$x(x - ۴) = ۰$

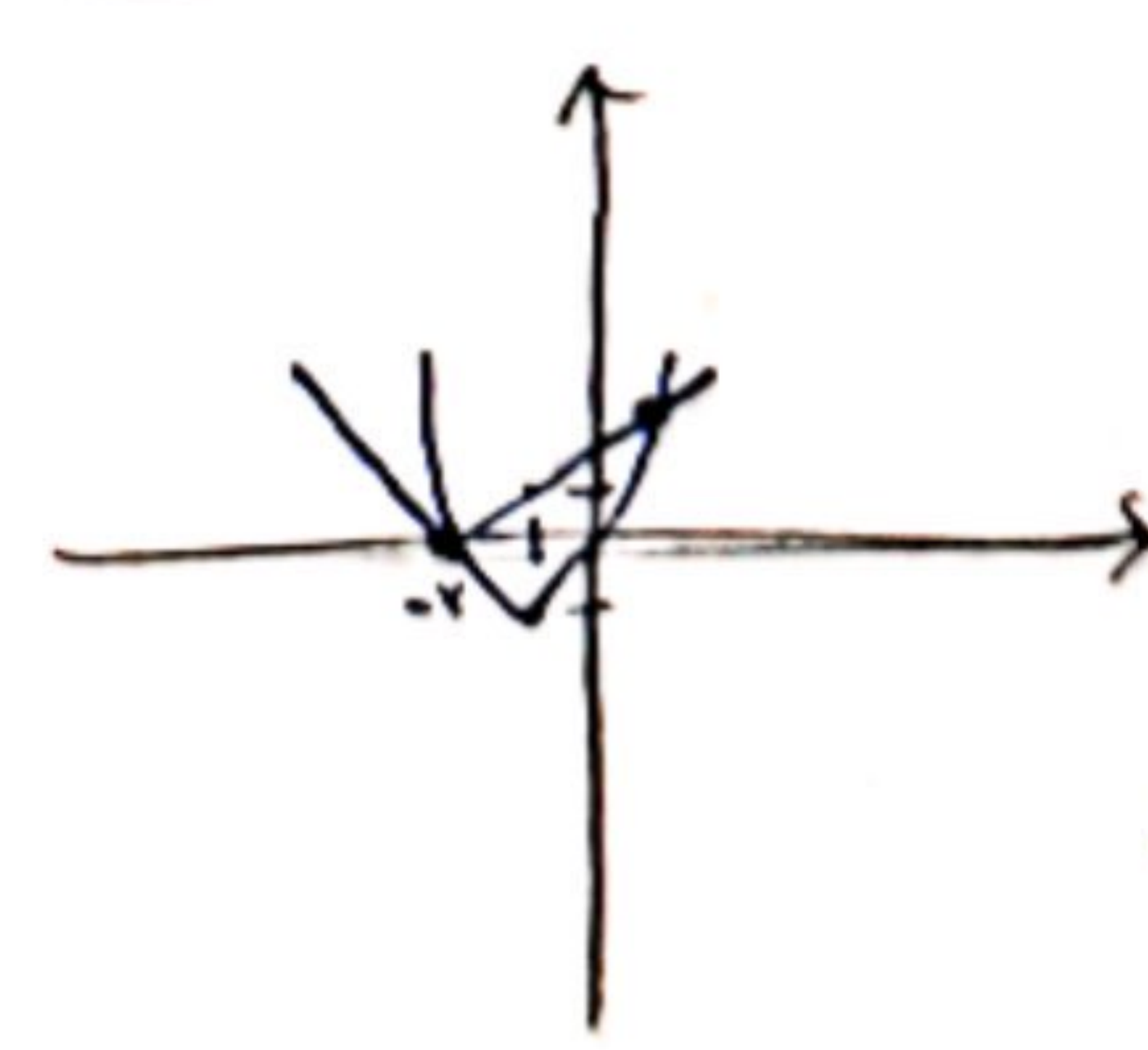
$\boxed{x = ۰}$ و $\boxed{x = ۴}$

↳ جواب ← دو جواب دارد

ب) $x^{۲} + ۲x = |x + ۲|$

$\boxed{x = -۲}$ ، $\boxed{x = ۱}$ ⇐ جواب ← دو جواب دارد

رأس: $x = \frac{-b}{۲a} = -۱ \,,\, y = -۱$



$y = |x + ۲|$