رها انوش صدرالعلمایی — یازدهم تجربی — تکلیف ۳

-۱

$y=(a-1)x^2+x+3 \qquad x=2 \qquad \frac{-b}{2a}=2 \qquad \frac{-1}{2(a-1)}=2 \qquad 4a-4=-1 \qquad 4a=3 \qquad a=\frac{3}{4}$

$0=-\frac{1}{4}x^2+x+3 \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(-\frac{1}{4})3}}{-\frac{1}{2}}=\frac{-1\pm2}{-\frac{1}{2}}$

$\rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{2}}=-2=x_1$

$\rightarrow \frac{-3}{-\frac{1}{2}}=\boxed{6=x_2}$

-۲

$f(x)=mx^2-5x+m$ چون دو ریشه دارد $\Delta>0 \rightarrow b^2-4ac>0 \qquad 25-4m^2>0 \qquad 25>4m^2$

$m<0$ ①

$\frac{5}{2}>m>-\frac{5}{2}$ ② $\leftarrow \frac{25}{4}>m^2$

$① \cap ② \rightarrow \boxed{-\frac{5}{2}<m<0}$

-۳

$S=\frac{3-\sqrt{5}}{3}+\frac{3+\sqrt{5}}{3}=\frac{6}{3}=2$

$P=\frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{9}=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}$

$x^2-Sx+P \rightarrow x^2-2x+\frac{4}{9}=y$

$\rightarrow \boxed{9x^2-18x+4=y}$

-۴

$3x^2-8x+m+2=0$

$\alpha+\beta=4 \rightarrow \beta=4-\alpha$

$\alpha\beta=\frac{m+2}{3}=3\times1=3$

$m+2=9 \rightarrow \boxed{m=4}$

$3\alpha^2+\beta^2=12 \rightarrow 3\alpha^2+(4-\alpha)^2=12$

$3\alpha^2+16+\alpha^2-8\alpha=12$

$4\alpha^2-8\alpha+4=0$

$\alpha^2-2\alpha+1=0 \rightarrow (\alpha-1)^2=0$

$\rightarrow \boxed{\alpha=1} \rightarrow \boxed{\beta=3}$

-۵

$S(2,9)$

$y=ax^2+bx+\cancel{c}$ 5 $\qquad -\frac{b}{2a}=2 \qquad 4a=-b \qquad b=-4a$

$y=ax^2-4ax+5 \xrightarrow{(2,9)} 4a-8a+5=9 \qquad -4a=4 \qquad a=-1$

$y=-x^2+4x+5 \xrightarrow{\text{ریشه}} x^2+4x-5 \rightarrow (x+5)(x-1)$

$x=\frac{-5}{-1} \qquad \frac{1}{-1}=-1$

	-1		5	
$-$		$+$		$-$

$\boxed{x\in(-1,5)}$

$ax^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰ \qquad \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = ?$ -۶

$\alpha + \beta = \frac{۷}{\alpha} \qquad \beta > ۰$

$\alpha\beta = \frac{۹\beta}{\alpha} \xrightarrow{\beta \neq ۰} \alpha^۲ = ۹ \rightarrow \alpha = \pm ۳$

$\alpha = ۳ \rightarrow ۳ + \beta = \frac{۷}{۳} \rightarrow \beta = \frac{-۲}{۳}$

$\alpha = -۳ \rightarrow -۳ + \beta = \frac{۷}{-۳} \rightarrow \beta = \frac{۲}{۳}$ ✓

$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{۱}{-۳} + \frac{۳}{۲} = \frac{-۲+۹}{۶} = \boxed{\frac{۷}{۶}}$

$x^۲ + mx - ۲m = ۰ \qquad \alpha^۲ - m\beta = ۸$ -۷

$\alpha^۲ = ۲m - m\alpha$

$۲m - m\alpha - m\beta = ۸ \rightarrow ۲m - m(\underbrace{\alpha + \beta}_{-m}) = ۸ \rightarrow m^۲ + ۲m - ۸ = ۰$

$(m+۴)(m-۲) = ۰$

$m = -۴$ ✗ $\quad m = ۲$ ✓

$\alpha + \beta = -m = -۲$ جواب

$\alpha\beta = -۲m$

$\Delta > ۰ \rightarrow m^۲ - ۴(-۲m) > ۰$

$m^۲ + ۸m > ۰ \qquad m(m+۸) > ۰ \qquad m = ۰ ,\ m = -۸$

	-۸		۰	
$+$		$-$		$+$
ق				ق

$\boxed{m = ۲}$

$f(x) = mx^۲ + ۴x + \frac{m}{۲} + ۷$ -۸

$\frac{-\Delta}{۴a} = ۸ \qquad ۳۲a = -(b^۲ - ۴ac)$

$۳۲(m) = -(۱۶ - \underbrace{\cancel{۴}^{۲}(m)\left(\frac{m+۱۴}{\cancel{۲}}\right)}_{۲m^۲ + ۲۸m})$

$\longrightarrow ۳۲m = -۱۶ + ۲m^۲ + ۲۸m$

$۰ = ۲m^۲ - ۴m - ۱۶ \longrightarrow m^۲ - ۴m - ۳۲ = ۰ \rightarrow (m-۸)(m+۴) = ۰$

$۴ = \frac{۸}{۲} \qquad \frac{-۴}{۲} = -۲$

$m = -۲ \rightarrow -۲x^۲ + ۴x + ۶ \quad \Delta > ۰$ ✓

$m = ۴ \rightarrow ۴x^۲ + ۴x + ۹ \quad \Delta < ۰$ ✗

$x^۲ + ۴x - ۱۲ = ۰$

$(x+۶)(x-۲) = ۰$

$۳ = \frac{-۶}{-۲} \qquad \frac{۲}{-۲} = -۱$

$k > ۰ \rightarrow \boxed{k = ۳}$

$y = ax^۲ + bx + \cancel{c}\ ۴ \qquad x_۰ = \frac{-b}{۲a} = ۲ \rightarrow ۴a = -b$ -۹

$b = -۴a \longrightarrow \boxed{y = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۴}$

$y = ax^۲ - ۴ax + ۴ \xrightarrow{(۲,۶)} ۴a - ۸a + ۴ = ۶ \qquad -۴a = ۲ \quad a = -\frac{۱}{۲}$

$-\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۴ = ۰ \longrightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\frac{-۲}{-\frac{۱}{۲}}}{\frac{۴}{-\frac{۱}{۲}}} = \frac{+۴}{-۸} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$ جواب

$x^۲ - (۴a + ۴)x + (۳a^۲ + ۶a + ۳) = ۰$ -۱۰

$\xrightarrow{x=۲} ۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \qquad ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰ \longrightarrow a^۲ - ۲a - ۳ = ۰$

$(a-۳)(a+۱) = ۰$

$۱ = \frac{۳}{۳} \qquad \frac{-۱}{۳} = -\frac{۱}{۳}$

$a = ۱ \longrightarrow x^۲ - ۸x + ۱۲ = ۰ \qquad (x-۶)(x-۲) = ۰ \qquad ۶ \quad ۲$

$a = -\frac{۱}{۳} \rightarrow x^۲ - \frac{۸}{۳}x + \frac{۴}{۳} = ۰ \qquad \frac{\frac{۸}{۳} \pm \sqrt{\frac{۶۴}{۹} - ۴\left(\frac{۴}{۳}\right)}}{۲} \rightarrow \frac{۱۶}{۹} \longrightarrow \frac{\frac{۸}{۳} \pm \frac{۴}{۳}}{۲} \nearrow \frac{۴}{۲} = ۲ \searrow \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$