الیسا ملکی – تکلیف شماره ۱۳

۱ـ

$\frac{-1}{2(a-1)} = 2 \qquad 4a-4=-1 \qquad a=\frac{3}{4}$

$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0 \qquad x^2-4x-12=0 \qquad (x-6)(x+2)=0 \qquad \boxed{x=6}$

۲ـ

$\Delta > 0 \qquad 25-4m^2>0 \qquad m^2 < \frac{25}{4} \qquad -\frac{5}{2}<m<\frac{5}{2}$ } $\xrightarrow{\cap} -\frac{5}{2}<m<0$

$m<0$

۳ـ

$S=2$

$P=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9} \qquad \to x^2-2x+\frac{4}{9} \to 9x^2-18x+4$

۴ـ

$\underbrace{2\alpha^2}_{8\alpha-m-2} + \alpha^2+\beta^2 = 8\alpha-m-\cancel{2}+\cancel{16}-m-\cancel{2}=\cancel{12}$

$8\alpha-2m=0 \qquad 4\alpha=m \qquad \alpha=\frac{m}{4}$

$S=4 \qquad \beta=4-\alpha=4-\frac{m}{4}=\frac{16-m}{4}$

$P=\frac{m+2}{2} \to \alpha\beta = \frac{m}{4}\times\frac{16-m}{\cancel{4}_{\,2}} = \frac{m+2}{\cancel{2}} \qquad 16m-m^2=8m+16$

$m^2-8m+16=0 \qquad (m-4)^2=0 \qquad \boxed{m=4}$

۵ـ

$y=a(x-2)^2+9 \xrightarrow{x=0} 4a+9=5 \qquad a=-1 \to y=-x^2+4x+5$

$-x^2+4x+5>0 \qquad x^2-4x-5<0 \qquad (x-5)(x+1)<0$

	-1		5	
$+$		$-$		$+$

$x\in(-1,5)$

۶ـ

$\alpha x^2-7x+9\beta=0 \qquad \alpha+\beta=\frac{7}{\alpha} \qquad \alpha\beta=\frac{9\beta}{\alpha} \qquad \alpha^2=9 \qquad \alpha=\pm 3$

$3+\beta=\frac{7}{3} \qquad \beta=-\frac{2}{3}$

$-3+\beta=-\frac{7}{3} \qquad \beta=\frac{2}{3}$ ✓ , $\alpha=-3 \to -\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{-2+9}{6}=\frac{7}{6}$

۷ـ

$x^2+mx-2m=0 \qquad P=-2m \qquad S=-m=\alpha+\beta$

$\alpha^2+(\alpha+\beta)\beta=8 \qquad \alpha^2+\beta^2+\alpha\beta=8 \qquad m^2+4m-2m=8 \qquad m^2+2m-8=0$

$(m+4)(m-2)=0 \qquad m=-4 \to x^2-4x+8 \to \Delta<0$ غ ق

$m=2 \to x^2+2x-4$ ✓ $\boxed{S=-m=-2}$

$$y_{max} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۱۶ - ۴m(\frac{m}{۲} + ۷))}{۴m} = \frac{-(۴ - m(\frac{m}{۲} + ۷))}{m} = ۸$$ -۸

$-۴ + m(\frac{m}{۲} + ۷) = ۸m \qquad -۴ + \frac{m^۲}{۲} + ۷m = ۸m$

$\frac{m^۲}{۲} - m - ۴ = ۰ \rightarrow m^۲ - ۲m - ۸ = ۰ \qquad (m-۴)(m+۲) = ۰$

$m = ۴$ غ ق ق $\qquad m = -۲$ ق ق

$y = -۲x^۲ + ۴x + ۶ = ۰ \qquad x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \qquad (x-۳)(x+۱) = ۰$

$x = ۳$ ✓

$x = -۱$ غ ق ق

$y = a(x-۲)^۲ + ۶ \xrightarrow{x=۰} ۴a + ۶ = ۴ \qquad a = -\frac{۱}{۲}$ -۹

$-\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۴x + ۴) + ۶ \qquad -\frac{x^۲}{۲} + ۲x - ۲ + ۶ = ۰ \xrightarrow{\times(-۲)} x^۲ - ۴x - ۸ = ۰$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{۴}{-۸} = -\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{x=۲} ۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \qquad ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰$ -۱۰

$a^۲ - ۲a - ۳ = ۰ \qquad (a - \frac{۳}{۳})(۳a + ۱) = (a-۱)(۳a+۱)$

$a = ۱ \qquad a = -\frac{۱}{۳}$

$\xrightarrow{a=۱} x^۲ - ۸x + ۱۲ = ۰ \qquad (x-۲)(x-۶) = ۰$

$x = ۲ \qquad \boxed{x = ۶}$

$\xrightarrow{a=-\frac{۱}{۳}} x^۲ - \frac{۸}{۳}x + \frac{۴}{۳} = ۰ \qquad ۳x^۲ - ۸x + ۴ = ۰$

$x^۲ - ۸x + ۱۲ = ۰$

$(x-۲)(x-۶) = ۰ \qquad \boxed{x = \frac{۲}{۳}}$

یا $x = ۲$