۱)

$y=(a-1)x^2+x+3$

عرض رأس $=\frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-1}{2a-2}=2$

$-1=4a-4$ $\quad \Delta=1-4(3)(\frac{-1}{4})=4$

$3=4a \rightarrow a=\frac{3}{4}$

$y=(\frac{3}{4}-\frac{4}{4})x^2+x+3 \rightarrow y=\frac{-1}{4}x^2+x+3=0$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{4}}{\frac{-1}{2}}$ $\rightarrow \frac{-1+2}{\frac{-1}{2}}=-2$ $\quad \rightarrow \frac{-1-2}{\frac{-1}{2}}=+6$ ✓

۲)

$f(x)=mx^2-5x+m$

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$a<0 \rightarrow m<0 \quad (I)$

$\Delta>0 \rightarrow 25-4(m)(m)>0$

$25>4m^2 \rightarrow \frac{25}{4}>m^2$

$(II) \rightarrow -\frac{5}{2}<m<\frac{5}{2}$

$(I)\cap(II) \rightarrow -\frac{5}{2}<m<0 \quad m\in(-\frac{5}{2},0)$

۳)

$\frac{3-\sqrt{5}}{3}, \frac{3+\sqrt{5}}{3}$

$S=\frac{3-\sqrt{5}}{3}+\frac{3+\sqrt{5}}{3}=\frac{6}{3}=2$

$P=\frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{9}=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}$

$y=x^2-Sx+P$

$y=x^2-2x+\frac{4}{9}$

$y=9x^2-18x+4 \quad \times 9$

۴)

$2x^2-8x+m+2=0$ $\quad 3\alpha^2+\beta^2=12$ $\quad \alpha<\beta$

$\alpha+\beta=4 \rightarrow \beta=4-\alpha$ $\quad 3\alpha^2+(4-\alpha)^2=12$

$3\alpha^2+16+\alpha^2-8\alpha=12$ $\quad 4\alpha^2-8\alpha+4=0$

$\alpha^2-8\alpha+16=0$

$(\alpha-4)^2=0$

$\alpha=1$ $\quad \beta=3$

$\frac{m+2}{2}=3 \rightarrow \boxed{m=4}$

۵

$S(۲,۹)$ $(۰,۵)$

$y = ax^۲ + bx + c \xrightarrow{c=۵}$

$\xrightarrow{(۲,۹)}$ $\frac{-b}{۲a} = ۲ \longrightarrow ۴a = -b$

$۴a + ۲b + ۵ = ۹ \longrightarrow -b + ۲b = ۴ \longrightarrow \boxed{b = ۴}$ $\boxed{a = -۱}$

	-۱		۵	
	$-$	$+$	$-$	

$-x^۲ + ۴x + ۵ > ۰$

$a + c = b$

ریشه‌ها $\longrightarrow$ (-۱) , (۵)

بازه $\longrightarrow (-۱,۵)$

۶

$ax^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰$ $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = ?$ $\beta > ۰$

$\alpha\beta = \frac{۹\beta}{a} \longrightarrow \alpha^۲ = ۹ \longrightarrow \boxed{\alpha = \pm ۳}$

$\alpha = ۳ \longrightarrow ۳x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰ \longrightarrow S = \underbrace{\alpha}_{۳} + \beta = \frac{۷}{۳} \longrightarrow \beta = \frac{-۲}{۳}$ غ ق ق

$\alpha = -۳ \longrightarrow -۳x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰ \longrightarrow S = \underbrace{\alpha}_{-۳} + \beta = \frac{-۷}{۳} \longrightarrow \beta = \frac{۲}{۳}$ ✓

$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-۳ + \frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳} \times -۳} = \frac{\frac{-۷}{۳}}{-۲} = \frac{+۷}{۶}$

۷

$x^۲ + mx - ۲m = ۰$ $\alpha^۲ - m\beta = ۸$

$\xrightarrow{\beta}$ $m\beta = ۲m - \beta^۲$ $\alpha^۲ - ۲\beta + \beta^۲ = ۸$

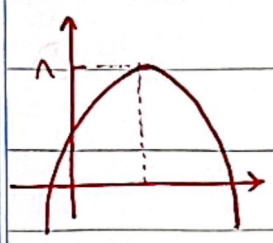
$\underbrace{\alpha^۲ + \beta^۲}$ $- ۲m = ۸ \longrightarrow m^۲ + ۲m - ۸ = ۰$

$S^۲ - ۲P = m^۲ + ۴m$ $(m+۴)(m-۲) = ۰$

$\boxed{m = -۴, ۲}$

$m = ۲ \longrightarrow x^۲ + ۲x - ۴ = ۰ \longrightarrow \Delta > ۰$ $\frac{-b}{a} = (-۲)$

$m = -۴ \longrightarrow x^۲ - ۴x + ۸ \longrightarrow \Delta < ۰$ ✗



$f(x) = mx^2 + 4x + \frac{m}{2} + 1$ (۸)

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{2m^2+28m-14}{4m} = 8$

$2m^2+28m-14 = 32m \rightarrow 2m^2-4m-14=0$

$m^2-4m-32=0$

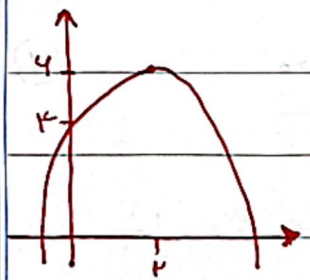
$(m-8)(m+4)=0$

$m=4 \rightarrow y=4x^2+4x+9 \rightarrow \Delta<0$

$m=-4 \rightarrow y=-4x^2+4x+4 \rightarrow \Delta>0$

$m=4, -4$ (چون k مثبت است)

$2x^2+4x-12=0 \quad (x+4)(x-2)=0 \rightarrow x=2, x=-1$



(۹) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$

$y=ax^2+bx+c$ (۴)

$\frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow 2a=-b$

$(2,4) \rightarrow 4a+2b+4=4 \qquad 4a+b=1 \rightarrow -2a=+1$

$b=2 \leftarrow a=\frac{-1}{2}$

$y=\frac{-1}{2}x^2+2x+4$

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$

(۱۰) $x^2-(4a+3)x+(3a^2+9a+3)=0$

$x=2 \rightarrow 4-8a-8+3a^2+9a+3=0$

$3a^2-2a-1=0$

$\hookrightarrow a+b+c=0 \rightarrow a=1, a=\frac{-1}{3}$

$a=1 \rightarrow x^2-8x+12=0 \qquad (x-6)(x-2)=0 \qquad x=2, 6$ (۴)

$\hookrightarrow \Delta>0$

$a=\frac{-1}{3} \rightarrow x^2-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0 \qquad \Delta = \frac{64}{9}-\frac{14}{3} = \frac{14}{9}$

$x=\frac{\frac{8}{3} \pm \frac{4}{3}}{2} \rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, 2$

Subó