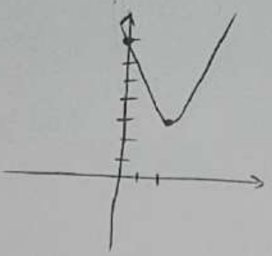
روژانو صدرالعلمائی　　یازدهم ریاضی　　تکلیف ۱۲

۱-

الف) $y = x^۲ - ۴x + ۷$

ext $\left| \begin{array}{l} \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۴)}{۲} = ۲ \\ \underset{-۴}{\underline{۴ - ۸}} + ۷ = ۳ \end{array} \right.$



ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$

ext $\left| \begin{array}{l} \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \\ \underset{۴}{\underline{-۴ + ۸}} - ۱ = ۳ \end{array} \right.$

۲-

$۲x^۲ + (m+۱) + \frac{۱}{۲}m + ۲ = ۰$

الف) دو ریشه متمایز $\Delta > ۰$

$(m+۱)^۲ - ۴(۲)(\frac{۱}{۲}m + ۲) > ۰$　$m^۲ + ۱ + ۲m - ۴m - ۱۶ > ۰$　$m^۲ - ۲m - ۱۵ > ۰$

$(m-۵)(m+۳) > ۰$

۵ یا　یا -۳

$\begin{array}{c|c|c} & -۳ & ۵ & \\ \hline + & - & + \end{array}$

$(-\infty, -۳) \cup (۵, +\infty)$

ب) ریشه مضاعف $\Delta = ۰$

$(m+۱)^۲ - ۴(۲)(\frac{۱}{۲}m + ۲) = ۰$　$m^۲ - ۲m - ۱۵ = ۰$　$(m-۵)(m+۳) = ۰$

$\boxed{یا ۵}$　$\boxed{یا -۳}$

ج) فاقد ریشه حقیقی $\Delta < ۰$

$(m+۱)^۲ - ۴(۲)(\frac{۱}{۲}m + ۲) < ۰$　$m^۲ - ۲m - ۱۵ < ۰$　$(m-۵)(m+۳) < ۰$

$\begin{array}{c|c|c} & -۳ & ۵ & \\ \hline + & - & + \end{array}$

$\boxed{(-۳, ۵)}$

د) دارای ریشه $\Delta \geq ۰$

$(m+۱)^۲ - ۴(۲)(\frac{۱}{۲}m + ۲) \geq ۰$　$m^۲ - ۲m - ۱۵ \geq ۰$

$(m-۵)(m+۳)$

$\begin{array}{c|c|c} & -۳ & ۵ & \\ \hline + & - & + \end{array}$

$\boxed{(-\infty, -۳] \cup [۵, +\infty)}$

۳-

$(m-۲)x^۲ - ۲(m+۱)x + ۱۰$

الف) $S < ۰$　$۰ < P$

$S = \frac{\overset{-۱}{۲m + ۲}}{\underset{۲ یا}{m-۲}} < ۰$　$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۲ & \\ \hline + & - & + \end{array}$　$(-۱, ۲)$

$P = \frac{۱۰}{m-۲} > ۰$　$\begin{array}{c|c} & ۲ & \\ \hline - & + \end{array}$　$(۲, +\infty)$

$(۲, +\infty) \cap (-۱, ۲) = \varnothing$

ب) $S < ۰$　$P < ۰$

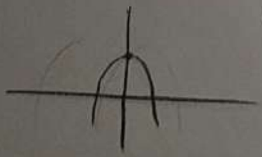
$S = \frac{۲m+۲}{m-۲} < ۰$　$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۲ & \\ \hline + & - & + \end{array}$　$(-۱, ۲)$

$P = \frac{۱۰}{m-۲} < ۰$　$\begin{array}{c|c} & ۲ & \\ \hline - & + \end{array}$　$(-\infty, ۲)$

$(-۱, ۲) \cap (-\infty, ۲) = \boxed{(-۱, ۲)}$

۴-

$y = (m-۲)x^۲ - ۲(m+۱)x + \underset{\text{عرض از مبدا}}{۱۰}$



الف) $\frac{c}{a} < ۰$　$\frac{۱۰}{m-۲} < ۰$　$\begin{array}{c|c} & ۲ & \\ \hline - & + \end{array}$　$\boxed{m < ۲}$

ب) محور تقارن $x = -۲$

$\frac{-b}{۲a} = -۲ \rightarrow \frac{b}{۲a} = ۲$　$\frac{-\cancel{۲}(m+۱)}{\cancel{۲}(m-۲)} = ۲$　$۲m - ۴ = -m - ۱$

$۳m = ۳$　$\boxed{m = ۱}$

۵-

$\frac{۲x^۲}{۳} - (۲\sin\alpha)x + \frac{۳}{۲} = ۰ \qquad \Delta \geq ۰ \quad (۲\sin\alpha)^۲ - ۴(\frac{۲}{۳})(\frac{۳}{۲}) \geq ۰$

$۴\sin^۲\alpha \geq ۴ \quad \sin^۲\alpha \geq ۱ \quad \sin^۲\alpha = ۱ \quad \sin\alpha = \pm ۱$

$\sin\alpha = ۱ \longrightarrow \frac{۲}{۳}x^۲ - ۲x + \frac{۳}{۲} \qquad \frac{۲ \pm \sqrt{\overset{۰}{۴ - ۴\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۲}}}}{\frac{۴}{۳}} = \boxed{\frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}}$

$\sin\alpha = -۱ \longrightarrow \frac{۲}{۳}x^۲ + ۲x + \frac{۳}{۲} \qquad \frac{-۲ \pm \sqrt{۴ - ۴\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۲}}}{\frac{۴}{۳}} = -\frac{۳}{۲}$ غ ق ق

۶-

$y = \frac{(۳x^۲ - ۲x - ۱)(۲x^۲ - ۳x - ۵)}{۱ - x^۲}$

$۳ - ۲ - ۱ = ۰ \qquad ۳x^۲ - ۲x - ۱ \longrightarrow x_۱ = ۱, \quad x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{-۱}{۳}$

$۲ - ۵ = -۳ \qquad ۲x^۲ - ۳x - ۵ \longrightarrow x_۱ = -۱, \quad x_۲ = \frac{-c}{a} = \frac{۵}{۲}$

$\frac{\overset{-۱}{\cancel{(x-۱)}}(x+\frac{۱}{۳})\cancel{(x+۱)}(x-\frac{۵}{۲})}{\cancel{(۱-x)}\cancel{(۱+x)}} = (x+\frac{۱}{۳})(\frac{۵}{۲}-x) = \frac{۵}{۲}x - x^۲ + \frac{۵}{۶} - \frac{۱}{۳}x = -x^۲ + \frac{\overset{۱۳}{\cancel{۱۵-۲}}}{۶}x + \frac{۵}{۶}$

$y = -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{(\frac{۱۳}{۶})^۲ - ۴(-۱)(\frac{۵}{۶})}{-۴} = \boxed{\frac{۲۸۹}{۱۴۴}}$

۷-

$mx^۲ - (m+۲)x - ۲ = ۰ \qquad ۳S = ۵P + ۷ \quad ۳\frac{(m+۲)}{m} = ۵(\frac{-۲}{m}) + ۷$

$\longleftarrow \frac{۳m+۶}{m} = \frac{-۱۰}{m} + ۷ = \frac{-۱۰ + ۷m}{m}$

$(۳m+۶)m = m(-۱۰ + ۷m)$

$۳m^۲ + ۶m = -۱۰m + ۷m^۲$

$۰ = ۴m^۲ - ۱۶m \quad ۴m(m-۴) = ۰ \longrightarrow \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = (\frac{۳}{۲})^۲ + ۲(\frac{۱}{۲}) = \frac{۹}{۴} + ۱ = \boxed{\frac{۱۳}{۴}}$

$m \neq ۰ \quad ۴ ✓$

۸- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^۲ - ۵x + ۲ = ۰$ باشد $\frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲}$ را بدست آورید.

$S = \alpha + \beta = ۵ \Rightarrow \alpha = ۵ - \beta$

$\beta^۲ - ۵\beta + ۲ = ۰ \quad \beta^۲ = ۵\beta - ۲ \xrightarrow{\times ۵} ۵\beta^۲ = ۲۵\beta - ۱۰$

$\beta^۴ = (۵\beta - ۲)^۲ = \beta^۴ = ۲۵\beta^۲ + ۴ - ۲۰\beta = ۱۲۵\beta - ۵۰ + ۴ - ۲۰\beta \Rightarrow \beta^۴ = ۱۰۵\beta - ۴۶$

$\xrightarrow{\times\beta} \beta^۵ = ۱۰۵\beta^۲ - ۴۶\beta \longrightarrow ۵۲۵\beta - ۲۱۰ - ۴۶\beta = ۴۷۹\beta - ۲۱۰ = \beta^۵$

$\frac{۴(۵-\beta) + ۴۷۹\beta - ۲۱۰}{۵(۵\beta - ۲)} = \frac{۲۰ - ۴\beta + ۴۷۹\beta - ۲۱۰}{۲۵\beta - ۱۰} = \frac{۴۷۵\beta - ۱۹۰}{۲۵\beta - ۱۰} = \frac{۱۹(۲۵\beta - ۱۰)}{۲۵\beta - ۱۰} = ⑲$

۹-

$y_۱ = ax^۲ + bx + \cancel{c} \to ۴$

$y_۲ = ۲x + ۱۰$

$۲\overset{۴}{\cancel{(۲)}} + ۱۰ = ۴a + ۲b + \cancel{۴} \to ۲a + b = ۵$

$\frac{-۶ + ۱۰}{\cancel{۴}} = ۹a - ۳b + \cancel{۴}$

$۲a + b = ۵$

$۳a - b = ۰$

$۵a = ۵$

$\boxed{a = ۱} \quad \boxed{b = ۳}$

$x_S =$ محور تقارن $= \frac{-b}{۲a} = \boxed{\frac{-۳}{۲}}$

-۱۰

$y = ۲x^۲ + (m+۱)x + m + ۶$

$\Delta = ۰$

$\cancel{y} x = ۲x^۲ + mx + \cancel{x} + m + ۶ \rightarrow ۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰$

$m^۲ - ۴(۲)(m+۶) = ۰ \quad m^۲ = ۸m + ۴۸$

$m = -۴ \rightarrow \Delta = ۹ - ۴(۲)(۲) = -۷$ غ ق ق

$m^۲ - ۸m - ۴۸ = ۰$

$(m-۱۲)(m+۴) = ۰$

$\boxed{۱۲} \quad -۴ \; \times$

$m = ۱۲ \rightarrow \Delta = ۱۶۹ - \overset{۱۴۴}{\cancel{۴(۲)(۱۸)}} = ۲۵ \; ✓$