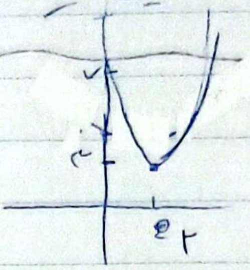
نام و نام خانوادگی: آیین عظیمی   تکلیف: ۱۲   کلاس: تجربی یازدهم

①

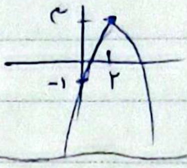
الف) $y = x^2 - 4x + 7 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ $\min \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$f(2) = 4 - 8 + 7 = 3$



ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ $\max \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$f(2) = -4 + 8 - 1 = 3$



②

$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

ب) ریشه مضاعف: $\Delta = 0 \rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$
$(m-5)(m+3) = 0$ $\boxed{\begin{matrix} m = 5 \\ m = -3 \end{matrix}}$

الف) دو ریشه متمایز: $\Delta > 0 \rightarrow (m+1)^2 - 8\left(\frac{m}{2} + 2\right) > 0$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 > 0$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3) > 0$

$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$\rightarrow \boxed{m : (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)}$

ج) ریشه ندارد: $\Delta < 0 \rightarrow (m-5)(m+3) < 0$

$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\rightarrow \boxed{m : (-3, 5)}$

د) ریشه دارد: $\Delta \geq 0$ $(m-5)(m+3) \geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\rightarrow \boxed{m : (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)}$

③

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 = (m-2)x^2 - (2m+2)x + 10$

الف) ۲ ریشه منفی $\rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 40(m-2) > 0 \rightarrow 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 > 0 \\ P > 0 \xrightarrow{2} \frac{10}{m-2} > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

$4m^2 - 32m + 84 > 0$

$m^2 - 8m + 21 > 0 \rightarrow$ همواره برقرار

$\begin{array}{ccc} & 2 & \\ \hline - & & + \end{array}$ $\rightarrow m \in (2, +\infty)$

$\rightarrow \frac{-b}{a} \rightarrow \frac{2m+2}{m-2} < 0$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ \hline + & 0 & - & & + \end{array}$ $\rightarrow (-1, 2)$

اشتراک $\rightarrow \varnothing \rightarrow \boxed{m \in \varnothing}$ هیچ مقدار m

ب) $\begin{cases} ①\ \Delta > 0 \rightarrow \text{همواره برقرار} \\ ②\ P < 0 \longrightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ \hline - & & + \end{array} \rightarrow (-\infty, 2) \\ ③\ S < 0 \end{cases}$

$\frac{2m+2}{m-2} < 0 \rightarrow (-1, 2)$ $\xrightarrow{\text{اشتراک}}$ $\boxed{m \in (-1, 2)}$

④

$y = (m-2)x^2 - (2m+2)x + 10$

الف) $\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow \text{همواره برقرار} \\ P < 0 \longrightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \end{cases}$ $\begin{array}{ccc} & 2 & \\ \hline - & & + \end{array}$ $\rightarrow \boxed{m \in (-\infty, 2)}$

ب) $\frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow \frac{b}{2a} = 2 \rightarrow \frac{-2m-2}{2m-4} = 2 \rightarrow -2m - 2 = 4m - 8 \rightarrow 6m = 6 \rightarrow \boxed{x = 1}$

⑤

$y = \frac{2}{3}x^2 - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2}$

البته Δ صفر می‌تواند باشد اما با توجه به [illegible]؟

$\sin^2\alpha \geq 0$ می‌رسیم چون $\sin^2\alpha = 1$ قابل قبول است

دارای ریشه‌ی مضاعف است $\rightarrow \Delta = 0 \rightarrow 4\sin^2\alpha - 4\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = 4\sin^2\alpha - 4 = 0$

$4\sin^2\alpha = 4 \rightarrow \sin^2\alpha = 1 \begin{cases} \sin\alpha = 1 \\ \sin\alpha = -1 \end{cases}$

چون ریشه (+) است → فقط $\sin\alpha = 1$

$\rightarrow y = \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 6} 4x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow (2x-3)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$

$$y=\frac{(۳x^۲-۲x-۱)(۲x^۲-۳x-۵)}{(۱+x)(۱-x)}=\frac{\overset{(x-۳)(x+۱)}{(x^۲-۲x-۳)}\overset{(x-۵)(x+۲)}{(x^۲-۳x-۱۰)}}{(۱+x)(۱-x)}=\frac{\overset{-۱}{\cancel{(x-۱)}}(۳x+۱)(۲x-۵)\cancel{(x+۱)}}{\cancel{(۱+x)}\cancel{(۱-x)}}$$

$x\neq ۱$
$x\neq -۱$

$\to y=-۱(۳x+۱)(۲x-۵)=-۶x^۲+۱۳x+۵\to$ (۹)

$\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱۶۹+۱۲۰)}{-۲۴}=\boxed{\frac{۲۸۹}{۲۴}}$

* * *

$mx^۲-(m+۲)x-۲=۰\to S=-\frac{b}{a}=\frac{m+۲}{m}$ $\quad P=\frac{c}{a}=\frac{-۲}{m}$

$۳S=۵P+۷$ $\quad ۳(\frac{m+۲}{m})=۵(\frac{-۲}{m})+۷$

$\frac{۳m+۶}{m}=\frac{-۱۰}{m}+۷\to\frac{۳m+۶+۱۰}{m}=۷\to\frac{۳m+۱۶}{m}=۷$

$۳m+۱۶=۷m$
$۴m=۱۶$
$m=۴$ $\quad S=\frac{۳}{۲}$ $\quad P=\frac{-۱}{۲}$ (۷)

$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=\frac{۹}{۴}+۱=\boxed{\frac{۱۳}{۴}}$

* * *

$S=\frac{-b}{a}=۵$

$x^۲-۵x+۲=۰\to P=\frac{c}{a}=۲\to\alpha\beta=۲\to\beta=\frac{۲}{\alpha}$

$$\frac{۴\alpha+\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{۱}{۵}\left(\frac{۴\alpha+\beta^۵}{\beta^۲}\right)=\frac{۱}{۵}\left(\frac{۴\alpha}{\beta^۲}+\beta^۳\right)\xrightarrow{\beta=\frac{۲}{\alpha}}\frac{۱}{۵}\left(\frac{۴\alpha}{\frac{۴}{\alpha^۲}}+\beta^۳\right)$$ (۸)

$$=\frac{۱}{۵}(\alpha^۳+\beta^۳)=\frac{۱}{۵}(S^۳-۳SP)=\frac{۱}{۵}(۱۲۵-۳۰)=\textcircled{۱۹}$$

* * *

$y_۱=ax^۲+bx+c$
$y_۲=۲x+۱۰$ $\Big\}$ طول تلاقی : $x: ۲,-۳$

$\xrightarrow{c=۴} y_۱=ax^۲+bx+۴$ $\quad\overset{\text{تلاقی}}{\Rightarrow}$ $ax^۲+bx+۴=۲x+۱۰$

$ax^۲+(b-۲)x-۶=۰$ (۴)

$\xrightarrow{x=۲}$ $۴a+۲b-۱۰=۰\to ۲a+b-۵=۰$

$y=x^۲+۳x+۴$ $\quad\xrightarrow{x=-۳}$ $۹a-۳b=۰\to ۳a-b=۰\to b=۳a$

طول رأس $=\frac{-b}{۲a}=\boxed{\frac{-۳}{۲}=x}$ $\quad\Delta$ $\quad ۲a+\overset{۳a}{b}=۵$ $\quad a=۱$

$۵a=۵\to$ $b=۳$

* * *

$y=۲x^۲+(m+۱)x+m+۶$

مماس بر
$y=x\Rightarrow$ طول برخورد $\Rightarrow ۲x^۲+(m+۱)x+m+۶=x$ (۱۰)

$۲x^۲+mx+m+۶=۰$

$\xrightarrow{\Delta=۰}$ $m^۲-۸(m+۶)=۰$

$m^۲-۸m-۴۸=۰$

$(m-۱۲)(m+۴)=۰$ $\quad\boxed{\begin{matrix}m=۱۲\\m=-۴\end{matrix}}$