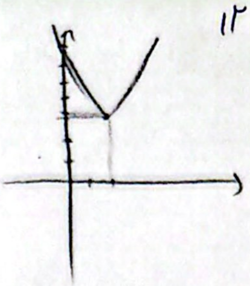
الینا جلالی - تکلیف شماره ۱۲

۱-

الف) $y = x^۲ - ۴x + ۷$ min $\left| \begin{array}{l} \frac{+۴}{۲} = ۲ \\ ۴ - ۸ + ۷ = ۳ \end{array} \right.$



ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$ max $\left| \begin{array}{l} \frac{-۴}{-۲} = ۲ \\ -۴ + ۸ - ۱ = ۳ \end{array} \right.$

۲-

$۲x^۲ + (m+۱)x + \frac{۱}{۲}m + ۲$

الف) $\Delta > ۰$ $(m+۱)^۲ - ۴\times۲\left(\frac{۱}{۲}m + ۲\right) = m^۲ + ۲m + ۱ - ۴m - ۱۶ = m^۲ - ۲m - ۱۵ > ۰$

$(m-۵)(m+۳)$ $\begin{array}{c|c|c} \multicolumn{3}{c}{-۳ \quad\quad ۵} \\ \hline + & - & + \end{array}$ $m \in (-\infty, -۳) \cup (۵, +\infty)$

ب) $\Delta = ۰$ $m = -۳, ۵$

ج) $\Delta < ۰ \to m \in (-۳, ۵)$

د) $\Delta \geq ۰ \to m \in (-\infty, -۳] \cup [۵, +\infty)$

۳-

$y = (m-۲)x^۲ - ۲(m+۱)x + ۱۰$

الف) دو ریشه‌ی منفی داشته باشد

$\Delta > ۰$ $S < ۰$ $P > ۰$

$۴(m+۱)^۲ - ۴۰(m-۲) > ۰$ $۴m^۲ + ۸m + ۴ - ۴۰m + ۸۰ = ۴m^۲ - ۳۲m + ۸۴$

$\xrightarrow{\div ۴} \underbrace{m^۲ - ۸m + ۲۱}_{\Delta < ۰} \to$ همواره مثبت است $\to \Delta$ ✓

$\frac{۲(m+۱)}{(m-۲)} < ۰$ $\begin{array}{c|c|c} \multicolumn{3}{c}{-۱ \quad\quad ۲} \\ \hline + & - & + \end{array}$ $-۱ < m < ۲$ $\frac{۱۰}{m-۲} > ۰$ $m > ۲$ $\Big\} \xrightarrow{\cap} \emptyset$

ب) ✓

$\Delta > ۰$ $S < ۰$ $P < ۰ \to m < ۲$ $\Big\} \to m \in (-۱, ۲)$

$S < ۰ \hookrightarrow -۱ < m < ۲$

$\Delta > (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \longrightarrow P < 0 \quad \frac{10}{m-2} < 0 \quad \boxed{m<2}$ ۴- الف)

۸- $x^2 - 5x + 2 = 0$ $\quad \frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^3}{5} = \frac{4\alpha}{5\times\frac{4}{\alpha^2}} = \frac{\alpha^3}{5} + \frac{\beta^3}{5}$

$\alpha\beta = 2 \quad \beta = \frac{2}{\alpha} \quad \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$

$\alpha + \beta = 5$

$$\frac{\alpha^3 + \beta^3}{5} = \frac{S^3 - 3SP}{5} = \frac{125 - 3\times 5\times 2}{5} = \frac{125-30}{5} = \frac{95}{5} = 19$$

$\xrightarrow{\cup} \varnothing \cup (-1,2) \cup (-\infty,-1) = (-\infty,2) - \{-1\}$

$(-\infty$

$\frac{-b}{2a} = \frac{\cancel{2}(m+1)}{\cancel{2}(m-2)} = -2 \quad m+1 = -2m+4 \quad 3m = 3 \quad \boxed{m=1}$

۵-

$\Delta \geq 0 \quad 4\sin^2\alpha - 4\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{3} \geq 0 \quad \sin^2 x - 1 \geq 0 \quad \sin^2 x \geq 1 \quad \sin^2 x = 1$

$\sin x = \pm 1$ ← ریشه مضاعف دارد

$\alpha = \frac{2\sin\alpha}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}\sin x \geq 0 \Rightarrow \frac{3}{2}\times 1 = \frac{3}{2}$

۶-

$$y = \frac{\overset{x^2-2x-3}{(3x^2 - 2x - 1)}\overset{x^2-3x-10}{(2x^2 - 3x - 5)}}{1-x^2} = \frac{(x - \overset{(-1)}{\cancel{\frac{3}{3}}})(3x+1)(2x-5)(x\cancel{+}\frac{2}{4})}{(\cancel{1-x})(\cancel{1+x})}$$

$$-(3x+1)(2x-5) = -(6x^2 - 15x + 2x - 5) = -6x^2 + 13x + 5$$

بیشترین مقدار $= \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(169+120)}{-24} = \frac{289}{24}$

۷-

$3S = 5P + 7 \quad \frac{3(m+2)}{m} = \frac{-10}{m} + 7 \xrightarrow{m\neq 0} 3m + 6 = -10 + 7m$

$4m = 16 \; m = 4 \rightarrow S = \frac{m+2}{m} = \frac{3}{2} \quad P = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$

۹-

$y_۱ = ax^۲ + bx + ۴$ $\quad y_۲ = ۲x + ۱۰ \xrightarrow{x=۲} ۱۴$, $\xrightarrow{x=-۳} ۴$ $\quad \begin{vmatrix} ۲ \\ ۱۴ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -۳ \\ ۴ \end{vmatrix}$

$۱۴ = ۴a + ۲b + ۴ \quad ۴a + ۲b - ۱۰ = ۰ \quad ۱۲a + ۶b - ۳۰ = ۰$ $\rightarrow$ $۳۰a - ۳۰ = ۰ \quad \boxed{a = ۱}$

$\cancel{۴} = ۹a - ۳b + \cancel{۴} \quad ۹a - ۳b = ۰ \quad ۱۸a - ۶b = ۰$ $\quad b = \frac{۹}{۳} = ۳$

$y_۱ = x^۲ + ۳x + ۴ \quad x_{min} = -\frac{۳}{۲}$ → معادله محور تقارن → $x = -\frac{۳}{۲}$

۱۰-

$y = ۲x^۲ + (m+۱)x + m + ۶ = x \quad ۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} m^۲ - ۸(m+۶) = ۰$

$m^۲ - ۸m - ۴۸ = ۰ \quad (m-۱۲)(m+۴) = ۰ \quad m = ۱۲$ و -۴

$۲x^۲ + ۱۳x + ۱۸ = x \quad ۲x^۲ + ۱۲x + ۱۸ = ۰ \quad x^۲ + ۶x + ۹ = ۰ \quad (x+۳)^۲ = -۳$

برخورد در ناحیه اول نیست

$۲x^۲ - ۳x + ۲ = x \quad x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \quad x - ۲x + ۱ = (x-۱)^۲ \rightarrow$ مقدار y به ازای $x=۱$ $= ۱ \rightarrow$ برخورد در ناحیه اول

$m = -۴$ غ ق ق