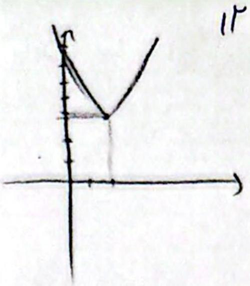
الینا جلالی - تکلیف شماره ۱۲

۲۰

۱-

الف) $y = x^2 - 4x + 7$

$\min \left| \begin{array}{l} \frac{+4}{2} = 2 \\ 4 - 8 + 7 = 3 \end{array} \right.$



۵

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$\max \left| \begin{array}{l} -\frac{4}{-2} = 2 \\ -4 + 8 - 1 = 3 \end{array} \right.$

$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2$

۲-

الف) $\Delta > 0 \qquad (m+1)^2 - 4\times2\left(\frac{1}{2}m + 2\right) = m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 = m^2 - 2m - 15 > 0$

۵

$(m-5)(m+3) \qquad \begin{array}{c|c|c} & -3 & 5 & \\ \hline + & - & + \end{array} \qquad m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) $\Delta = 0 \qquad m = -3, 5$

ج) $\Delta < 0 \rightarrow m \in (-3, 5)$

د) $\Delta \geq 0 \rightarrow m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

۳-

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

الف) دو ریشه‌ی منفی داشته باشد

$\Delta > 0 \qquad S < 0 \qquad P > 0$

$4(m+1)^2 - 40(m-2) > 0 \qquad 4m^2 + 8m + 4 - 40m + 80 = 4m^2 - 32m + 84$

۵

$\xrightarrow{\div 4} \underbrace{m^2 - 8m + 21}_{\Delta < 0}$ → همواره مثبت است → Δ ✓

$\frac{2(m+1)}{(m-2)} < 0 \qquad \begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 & \\ \hline + & - & + \end{array} \qquad -1 < m < 2 \qquad \frac{10}{m-2} > 0 \qquad m > 2 \Big\} \xrightarrow{\cap} \varnothing$

ب)

✓

$\Delta > 0 \qquad S < 0 \qquad P < 0 \rightarrow m < 2 \quad \Big\} \rightarrow m \in (-1, 2)$

$S < 0 \hookrightarrow -1 < m < 2$

$(m-۲)x^۲-۲(m+۱)x+۱۰ \longrightarrow P<۰ \quad \frac{۱۰}{m-۲}<۰ \quad \boxed{m<۲}$ ۹ (الف -۲

-۸

$x^۲-۵x+۲=۰ \qquad \frac{۴\alpha+\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{۴\alpha}{۵\beta^۲}+\frac{\beta^۳}{۵}=\frac{۴\alpha}{۵\times\frac{۴}{\alpha^۲}}=\frac{\alpha^۳}{۵}+\frac{\beta^۳}{۵}$

$\alpha\beta=۲ \quad \beta=\frac{۲}{\alpha} \Rightarrow \beta^۲=\frac{۴}{\alpha^۲}$

$\alpha+\beta=۵$

۹

$\frac{\alpha^۳+\beta^۳}{۵}=\frac{S^۳-۳SP}{۵}=\frac{۱۲۵-۳\times۵\times۲}{۵}=\frac{۱۲۵-۳۰}{۵}=\frac{۱۹۵}{۵}=۱۹$

$\xrightarrow{\cup} \varnothing\cup(-۱,۲)\cup(-\infty,-۱))=(-\infty,۲)-\{-۱\}$

$(-\infty$

$\frac{-b}{۲a}=\frac{\cancel{۲}(m+۱)}{\cancel{۲}(m-۲)}=-۲ \qquad m+۱=-۲m+۴ \qquad ۳m=۳ \quad \boxed{m=۱}$

-۵

$\Delta\geq۰ \qquad ۴\sin^۲\alpha-۴\times\frac{۳}{\cancel{۴}}\times\frac{۴}{۳}\geq۰ \qquad \sin^۲x-۱\geq۰ \qquad \sin^۲x\geq۱ \qquad \sin^۲x=۱$

$\sin x=\pm۱$ ۹

ریشه مضاعف دارد

$\alpha=\frac{۲\sin\alpha}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۲}\sin x>۰ \Rightarrow \frac{۳}{۲}\times۱=\frac{۳}{۲}$

-۶

$x^۲-۲x-۳ \qquad x^۲-۳x-۱۰$

$y=\frac{(۳x^۲-۲x-۱)(۲x^۲-۳x-۵)}{۱-x^۲}=\frac{(x-\overset{(-۱)}{\cancel{\frac{۳}{۳}}})(۳x+۱)(۲x-۵)(x\cancel{+\frac{۲}{۲}})}{(۱-\cancel{x})(۱+\cancel{x})}$

$-(۳x+۱)(۲x-۵)=-(۶x^۲-۱۵x+۲x-۵)=-۶x^۲+۱۳x+۵$ ۹

بیشترین مقدار $=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{\cancel{-}(۱۶۹+۱۲۰)}{\cancel{-}۲۴}=\frac{۲۸۹}{۲۴}$

-۷

$۳S=۵P+۷ \qquad \frac{۳(m+۲)}{m}=\frac{-۱۰}{m}+۷ \xrightarrow{m\neq۰} ۳m+۶=-۱۰+۷m$

$۴m=۱۶ \quad m=۴ \rightarrow S=\frac{m+۲}{m}=\frac{۳}{۲} \qquad P=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}$ ۹

$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=\frac{۹}{۴}+۱=\frac{۱۳}{۴}$

۹-

$y_1 = ax^2 + bx + ۴$ $y_2 = ۲x + ۱۰ \xrightarrow{x=۲} ۱۴$, $\xrightarrow{x=-۳} ۴$ $\left| \begin{matrix} ۲ \\ ۱۴ \end{matrix} \right.$ $\left| \begin{matrix} -۳ \\ ۴ \end{matrix} \right.$

$۱۴ = ۴a + ۲b + ۴$ $۴a + ۲b - ۱۰ = ۰$ $۱۲a + ۶b - ۳۰ = ۰$

$\cancel{۴} = ۹a - ۳b + \cancel{۴}$ $۹a - ۳b = ۰$ $۱۸a - ۶b = ۰$ $\Big\} \rightarrow ۳۰a - ۳۰ = ۰$ $\boxed{a = ۱}$ ②

$b = \frac{۹}{۳} = ۳$

$y_1 = x^2 + ۳x + ۴$ $x_{min} = -\frac{۳}{۲} \rightarrow$ معادله محور تقارن $\rightarrow x = -\frac{۳}{۲}$

۱۰-

$y = ۲x^2 + (m+۱)x + m + ۶ = x$ $۲x^2 + mx + m + ۶ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} m^2 - ۸(m+۶) = ۰$

$m^2 - ۸m - ۴۸ = ۰$ $(m-۱۲)(m+۴) = ۰$ $m = ۱۲$ و -۴ ②

$۲x^2 + ۱۳x + ۱۸ = x$ $۲x^2 + ۱۲x + ۱۸ = ۰$ $x^2 + ۶x + ۹ = ۰$ $(x+۳)^2 = -۳$

برخورد در ناحیه اول نیست

$۲x^2 - ۳x + ۲ = x$ $x^2 - ۲x + ۱ = ۰$ $x^2 - ۲x + ۱ = (x-۱)^2 \rightarrow$ مقدار y به ازای $x=۱$ $= ۱ \rightarrow$ برخورد در ناحیه اول

$m = -۴$ غ ق ق