تکلیف کد ۱۱ نیایش شاه نظری یازدهم تجربی

① هر یک از ضابطه ها در چه فاصله ای یک به یک است

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 \ , \ x > 5 \\ 12x - 20 \ , \ x \leq 5 \end{cases}$$

$$x^3 - 4 = 12x - 20$$

$$x^3 - 12x + 16 = 0 \rightarrow x^3 - 4x - 8x + 16 = 0$$

$$x(x-2)(x+2) - 8(x-2) = 0$$

تاریخ: / / موضوع:

$(x-2)(x^2+2x-8)=0 \rightarrow (x-2)(x+4)(x-2)=0$

$\rightarrow x=2$

$\rightarrow x=-4$

$\boxed{a\in(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)}$

۲

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=3x+k \\ f^{-1}(2)=4 \end{array}\right\} \rightarrow f(4)=2 \rightarrow 3\times4+k=2$$

$\underline{k=-10} \rightarrow f(x)=3x-10$

الف) $f(7)=7\times3-10=\underline{11}$

ب) $f(f(x))=f(3x-10)=3(3x-10)-10=\underline{9x-40}$

۳

$A(2a,a)$

$f(x)=\frac{ax}{x-1} \rightarrow y=\frac{ax}{x-1} \rightarrow ax=yx-y$

$(a-y)x=-y \rightarrow x=\frac{y}{y-a}$

$f^{-1}(2a)=\frac{2a}{2a-a}=a \rightarrow 2a=a^2 \qquad \leftarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{x-a}$

$a^2-2a=0 \rightarrow \underline{a=0}$

$\rightarrow \underline{a=2}$

۴

$f=\{(3,5),(4,7),(7,2),(9,6)\}$

$g=\{(3,2),(8,6),(9,5)\}$

الف) $fof^{-1}=$

$f^{-1}=\{(5,3),(7,4),(2,7),(6,9)\}$

$\boxed{fof^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}}$

$5\rightarrow3\rightarrow5$

$7\rightarrow4\rightarrow7$

$2\rightarrow7\rightarrow2$

$6\rightarrow9\rightarrow6$

$f^{-1}=\{(۵،۳)،(۷،۴)،(۲،۷)،(۶،۹)\}$

$۳\to۵\to۳$
$۴\to۷\to۴$
$۷\to۲\to۷$
$۹\to۶\to۹$

ب) $f^{-1}of=$

$f^{-1}of=\{(۳،۳)،(۴،۴)،(۷،۷)،(۹،۹)\}$

$g^{-1}=\{(۲،۳)،(۶،۸)،(۵،۹)\}$

$۲\to۳\to۵$
$۶\to۸\to\times$
$۵\to۹\to۶$

ج) $fog^{-1}=\boxed{\{(۲،۵)،(۵،۶)\}}$

$g^{-1}=\{(۲،۳)،(۶،۸)،(۵،۹)\}$

$۳\to۵\to۹$
$۴\to۷\to\times$
$۷\to۲\to۳$
$۹\to۶\to۸$

د) $g^{-1}of=\{(۳،۹)،(۷،۳)،(۹،۸)\}$

۵

$f=\{(۲،۴)،(۴،۸)،(۶،۰)\}$

$g=\{(۲،۱)،(۴،۳)،(۶،۵)\}\to g^{-1}=\{(۱،۲)،(۳،۴)،(۵،۶)\}$

$h=\{(۱،۲)،(۳،۴)،(۴،۱)،(۵،۱)\}$

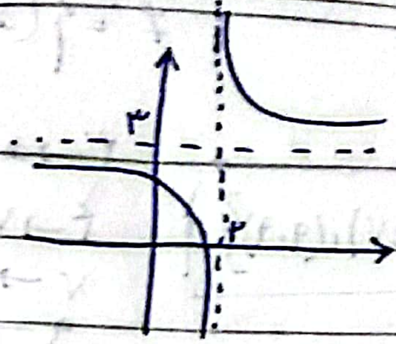
$fog^{-1}=\{(۱،۴)،(۳،۸)،(۵،۰)\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\{(۱،\frac{۱}{۲})،(۳،\frac{۱}{۲})\}$

$۱\to۲\to۴$
$۳\to۴\to۸$
$۵\to۶\to۰$

۶)

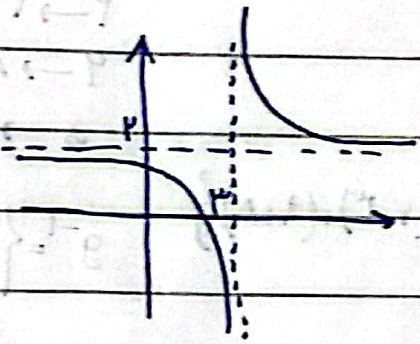
$$y=\frac{3x+1}{x-2}$$



$$yx-2y=3x+1 \rightarrow (y-3)x=2y+1 \rightarrow x=\frac{2y+1}{y-3}$$

$$y=\frac{2x+1}{x-3}$$

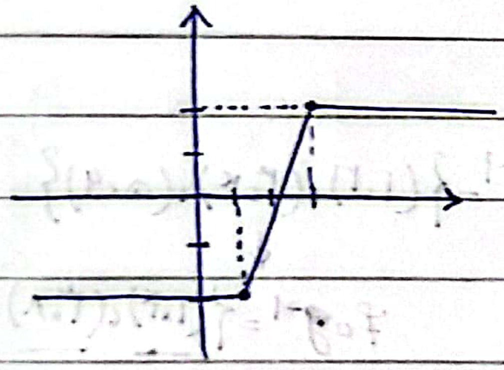
$$y=\frac{2x+1}{x-3}$$



۷)

$$f(x)=|x-1|-|x-3|$$

$x\le 1$	1	$1\le x\le 3$	3	$x\ge 3$
$1-x+x-3=-2$		$x-1+x-3=2x-4$		$x-1-x+3=2$



تابع حداکثر در بازه $[1,3]$ یک به یک است

$a=1$
$b=3$

ضابطه تابع در طول این بازه: $f(x)=2x-4$

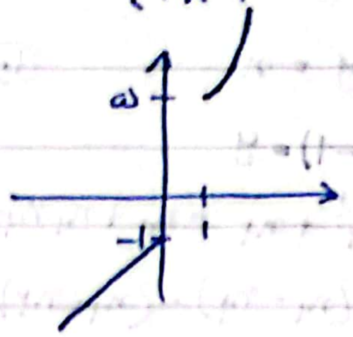
$$f^{-1}(x) \Rightarrow y=2x-4 \rightarrow x=\frac{y+4}{2}$$

$$\boxed{y=\frac{x}{2}+2}$$

$$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0 \end{cases}$$

① ۱ـ ضابطه تابع در هر قسمت جداگانه در دامنه یک به یک باشد ← ✓

۲ـ برد آن‌ها اشتراک نداشته باشد



→ طبق نمودار ← تابع یک به یک است

$$\Rightarrow y=x^3+4 \rightarrow x^3=y-4 \rightarrow x=\sqrt[3]{y-4}$$

$$\downarrow$$

$$y=\sqrt[3]{x-4} \qquad D_{f^{-1}}=R_f$$

$$R_f=[5,+\infty)$$

$$\Rightarrow y=4x-1 \rightarrow y+1=4x \rightarrow x=\frac{y+1}{4} \rightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$$

$$D_{f^{-1}}=R_f$$

$$R_f=(-\infty,-1]$$

$$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & x\geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & x\leq -1 \end{cases}$$

---

②

$$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3} \rightarrow f(x)=\frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-\cancel{3x^2}-3x-1}{x+3}$$

$$f(x)=\frac{-3x-1}{x+3} \rightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3} \rightarrow xy+3y=-3x-1$$

$$x(y+3)=-3y-1$$

$$x=\frac{-3y-1}{y+3} \rightarrow y=\frac{(-3x-1)\times 2}{(x+3)\times 2}$$

$$f^{-1}(x) \rightarrow \quad a=-6,\ b=-2 \quad c=2,\ d=6 \quad \leftarrow y=\frac{-6x-2}{2x+6}$$

$$f^{-1}(b)=f^{-1}(-2)=\frac{-3(-2)-1}{-2+3}=\boxed{5}$$

۱۰) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1} \rightarrow y=\dfrac{x}{x^2+1} \rightarrow$ بررسی یک به یک بودن

$$y_1=y_2 \longrightarrow \frac{x_1}{x_1^2+1}=\frac{x_2}{x_2^2+1} \rightarrow x_2x_1^2+x_2=x_1+x_1x_2^2$$

$$x_2x_1(x_1-x_2)-(x_1-x_2)=0$$

$$(x_1-x_2)(x_1x_2-1)=0$$

$$x_1-x_2=0 \rightarrow \boxed{x_1=x_2}$$

$$x_1x_2-1=0 \rightarrow \boxed{x_1x_2=1}$$

$\downarrow$

تابع یک به یک نیست $\leftarrow$ وارون پذیر نیست