DATE: SUB:

ملکا معدنی — به نام خدا

۱-

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 , & x \geq a \\ 12x-20 , & x < a \end{cases}$$

$$a^3-4=12a-20$$

$$a^3-12a+16=0$$

$$a^3+12a-6a^2-8-24a+24+6a^2=0$$

$$(a-2)^3(a+4)^2=0 \longrightarrow a=2$$ — ریشه مضاعف

$$\longrightarrow a=-4$$ — از دلیل هم عبور

۲- $a \geq 2$ ← چون تابع باید یک به یک باشد و چون ریشه ۲ مضاعف است مشکلی به وجود نمی آورد

۳- $f^{-1}(2)=4 \quad f(x)=3x+k \longrightarrow \underbrace{3\times 4}_{12}+k=2 \rightarrow k=-10$

الف) $f(7)=3\times 7-10=\boxed{11}$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=\boxed{9x-40}$

۳- $f(x)=\dfrac{ax}{x-1}$ روی نمودار تابع $A(2a,a) \Rightarrow \dfrac{a\times a}{a-1}=2a$

$\rightarrow a^2=2a$
- $a=0$ غ ق ق
- $\boxed{a=2}$

۴-

الف) $fof^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ب) $f^{-1}of=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$

ج) $fog^{-1}=\{(2,5),(5,6)\}$

د) $g^{-1}of=\{(3,9),(7,3),(9,8)\}$

Elipon

ـ۵

$\frac{h}{fog^{-1}}$

$1 \to \frac{2}{4}$

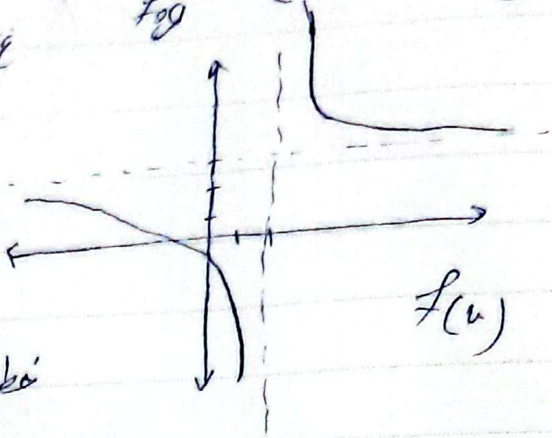
$3 \to \frac{4}{8}$

$5 \to \frac{1}{0}$ ق ق ع

$\Rightarrow \frac{h}{fog^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{2})\}$

ـ۶

$y = \frac{3x+1}{x-2}$ مجانب افقی = ۳ ، مجانب قائم = ۲

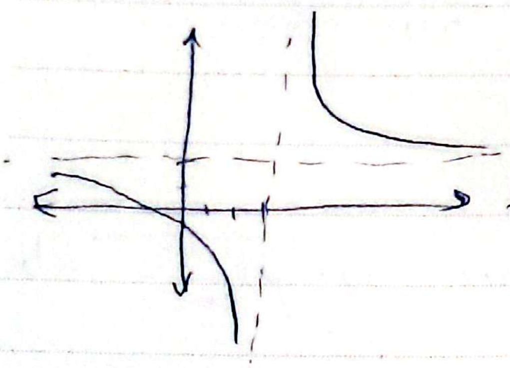


خطوط افقی تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کنند ← یک به یک

$x = \frac{3y+1}{y-2} \to y = \frac{2x+1}{x-3} \to f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

مجانب قائم ۳

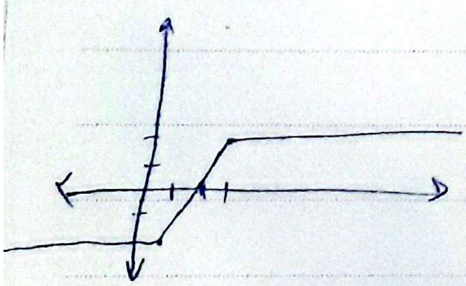
مجانب افقی ۲



ـ۷

$f(x) = |x-1| - |x-3|$

	1		3	
$\underbrace{-x+1+x-3}_{-2}$	-2	$\underbrace{x-1+x-3}_{2x-4}$	2	$\underbrace{x-1-x+3}_{2}$



تابع سرسره ای

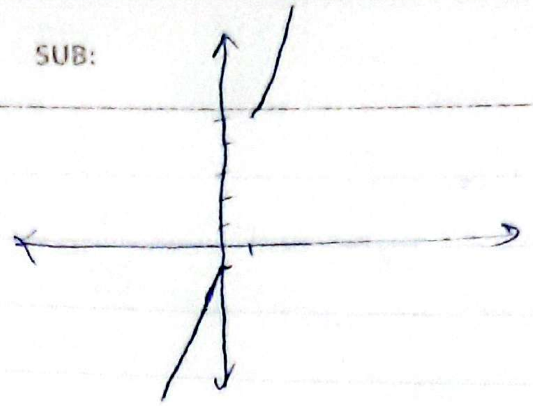
در بازه $[1,3]$ یک به یک ←

$y = 2x-4 \longrightarrow x = 2y-4 \to y = \frac{x+4}{2} \to f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + 2$ ، $-2 \le x \le 2$

DATE: SUB:

۸_

$$f(x)\begin{cases} x^3+4, & x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0 \end{cases}$$



یک‌به‌یک

$y^3+4=x \rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}, \quad x\geq 5$

$4y-1=x \rightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4} \quad x\leq -1 \longrightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x-4} & ,x\geq 5 \\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{4} & ,x\leq -1\end{cases}$

۹_

$y^2-\frac{(y+1)^3}{y+3}=x \longrightarrow \frac{\cancel{y^3}+3y^2-\cancel{y^3}-1-3y^2-3y}{y+3}=x$

$\frac{-3y-1}{y+3}=x \longrightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{-9x-3}{3x+9}$

$b=-2 \longrightarrow f^{-1}(-2)=\frac{6-1}{1}=5$

۱۰_

$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \longrightarrow x=\frac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2-y+x=0 \rightarrow y=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

غ ق ق

$f^{-1}(x)=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} \quad D_{f^{-1}(x)}=[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]-\{0\}$

$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

$- \quad + \quad -$