DATE: SUB:

به نام خدا — تک محمدی ۲۰

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4, & x\geq a \\ 12x-20, & x<a \end{cases}$$

۱- $a^3-4=12a-20$ ۲

$a^3-12a+16=0$

$a^3+12a-6a^2-8-24a+24+6a^2=0$

$(a-2)^3(a+4)^2=0 \longrightarrow a=2$ — ریشه مضاعف

$\searrow a=-4$ — از دلیل هم عبور

۴- $a\geq 2 \longrightarrow$ چون تابع باید یک به یک باشد وچون ریشه ۲ مضاعف است مشکلی به وجود نمی آورد

۲- $f^{-1}(2)=4$ $\quad f(x)=3x+k \rightarrow \underset{12}{3\times 4}+k=2 \rightarrow k=-10$ ۲

الف) $f(7)=3\times 7-10=\boxed{11}$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=\boxed{9x-40}$

۳- $f(x)=\dfrac{ax}{x-1}$ $\quad A(2a,a)$ روی نمودار تابع $\Rightarrow \dfrac{a\times a}{a-1}=2a$

$\rightarrow a^2=2a$ $\begin{cases} a=0 & \text{غق} \\ \boxed{a=2} \end{cases}$ ۲

۴- الف) $fof^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ب) $f^{-1}of=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$ ۲

ج) $fog^{-1}=\{(2,5),(5,6)\}$

د) $g^{-1}of=\{(3,9),(7,3),(9,8)\}$

Elipon

DATE: SUB:

۵-

$\frac{h}{fog^{-1}}$

$1 \to \frac{2}{4}$

$3 \to \frac{4}{8}$

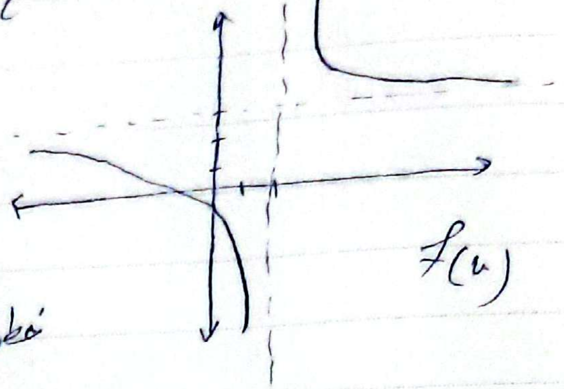
$5 \to \frac{1}{0}$ تعریف نشده

$\Rightarrow \frac{h}{fog^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{2})\}$

۲

۶-

$y = \frac{3x+1}{x-2}$ مجانب افقی = ۳ ، مجانب قائم = ۲



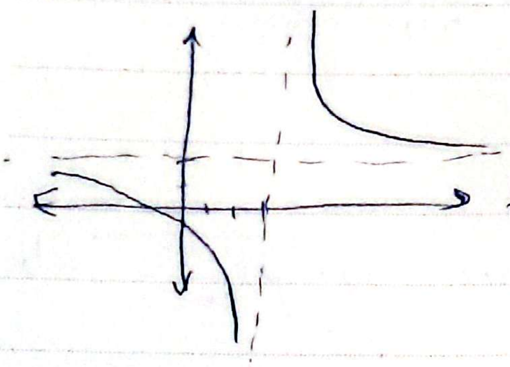
$f(x)$

۲

خطوط افقی تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کنند ← یک به یک

$x = \frac{3y+1}{y-2} \longrightarrow y = \frac{2x+1}{x-3} \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

مجانب قائم ۳
مجانب افقی ۲



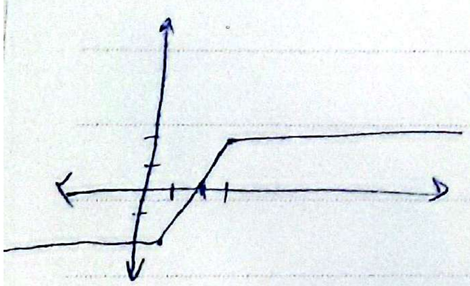
$f^{-1}(x)$

۷-

$f(x) = |x-1| - |x-3|$

	1		3	
$\underbrace{-x+1+x-3}_{-2}$	-2	$\underbrace{x-1+x-3}_{2x-4}$	2	$\underbrace{x-1-x+3}_{2}$

۲



تابع سرسره‌ای

$\longrightarrow$ یک به یک در بازه $[1,3]$

$y = 2x-4 \longrightarrow x = 2y-4 \to y = \frac{x+4}{2} \to f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + 2$

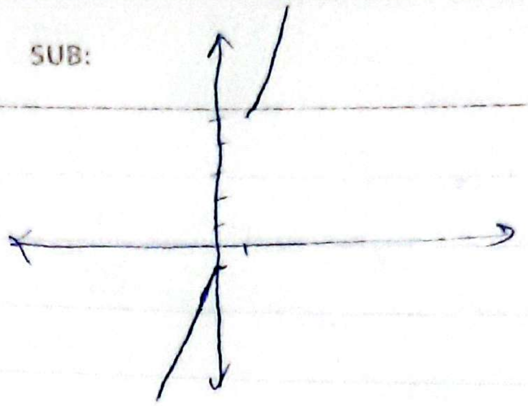
$-2 \le x \le 2$

Elipon

DATE: SUB:

۸_

$$f(x)\begin{cases} x^3+4, & x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0\end{cases}$$



یک‌به‌یک

$$y^3+4=x \to y=\sqrt[3]{x-4}, \quad x\geq 5$$

$$4y-1=x \to y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4} \quad x\leq -1 \longrightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x-4}, & x\geq 5\\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}, & x\leq -1\end{cases}$$

۹_

$$y^2-\frac{(y+1)^3}{y+3}=x \longrightarrow \frac{\cancel{y^3}+\cancel{3y^2}-\cancel{y^3}-1-\cancel{3y^2}-3y}{y+3}=x$$

$$\frac{-3y-1}{y+3}=x \longrightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{-9x-3}{3x+9}$$

$$b=-2 \longrightarrow f^{-1}(-2)=\frac{6-1}{1}=5$$

۱۰_

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \to x=\frac{y}{y^2+1} \to xy^2-y+x=0 \to y=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

غ‌ق‌ق

$$f^{-1}(x)=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} \qquad D_{f^{-1}(x)}=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]-\{0\}$$

$-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$: $-$ | $+$ | $-$

Elipon