۲۰

زهرا جیحانی — تکلیف شماره ۱۱ — یازدهم تجربی C

۱- $12a - 20 \leq a^3 - 4$

$a^3 - 12a + 16 \geq 0 \to (a-2)^2 (a+4) \geq 0$ ۵

	-4		2	
$-$	0	$+$	0	$+$

$\to \boxed{[-4, +\infty)}$

۲- $f(x) = 3x + k \to f^{-1}(x) \Rightarrow 3y + k = x$

$f^{-1}(2) = 4$ $\qquad 3y = x - k \to f^{-1}(x) = \dfrac{x-k}{3}$ ۵

$\dfrac{2-k}{3} = 4 \to 2 - k = 12 \to \boxed{k = -10}$

(۱) $f(7) = 21 - 10 = \boxed{11}$ $\qquad$ (۲) $f(f(x)) = 3(3x - 10) - 10 = \boxed{9x - 40}$

۳- $f^{-1}(x) \Rightarrow \dfrac{ay}{y-1} = x \to xy - x = ay \to (x-a)y = x$

$\to y = \dfrac{x}{x-a} = f^{-1}(x)$ ۵

$\to x = 2a \to \dfrac{2a}{a} = \boxed{2 = a}$

Arman

$g^{-1}(x) = (۲,۳)(۶,۸)(۵,۹)$

$f^{-1}(x)$ $\{(۵,۳)(۷,٤)(۲,۷)(۶,۹)\}$ — ٤ـ

① $f(f^{-1}(x)) \Rightarrow$ $۵ \to ۳ \to ۵$ $\quad ۲ \to ۷ \to ۲$

$۷ \to ٤ \to ۷$ $\quad ۶ \to ۹ \to ۶$ $\Rightarrow \boxed{\{(۵,۵)(۲,۲)(۷,۷)(۶,۶)\}}$

② $f^{-1}(f(x)) \Rightarrow$ $۳ \to ۵ \to ۳$ $\quad ۷ \to ۲ \to ۷$ $\Rightarrow \boxed{\{(۳,۳)(٤,٤)(۹,۹)(۷,۷)\}}$

$٤ \to ۷ \to ٤$ $\quad ۹ \to ۶ \to ۹$

③ $f(g^{-1}(x)) \Rightarrow$ $۲ \to ۳ \to ۵$ $\Rightarrow \boxed{\{(۲,۵)(۵,۶)\}}$

$۶ \to ۸ \to \times$

$۵ \to ۹ \to ۶$

④ $g^{-1}(f(x))$ $۳ \to ۵ \to ۹$ $\Rightarrow \boxed{\{(۳,۹)(۷,۳)(۹,۸)\}}$

$٤ \to ۷ \to \times$

$۷ \to ۲ \to ۳$

$۹ \to ۶ \to ۸$

$g^{-1}(x) = (۱,۲)(۳,٤)(۵,۶)$ — ۵ـ

$f(g^{-1}(x)) =$ $۱ \to ۲ \to ٤$ $\Rightarrow \{(۱,٤)(۳,۸)(۵,۰)\}$

$۳ \to ٤ \to ۸$

$۵ \to ۶ \to ۰$

$\dfrac{h}{fog^{-1}} \Rightarrow$ $۱, \frac{۲}{٤}$ $\Rightarrow \boxed{\{(۱,\frac{۱}{۲})(۳,\frac{۱}{۲})\}}$

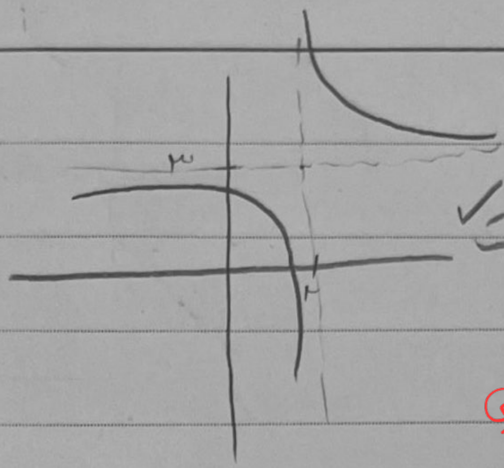
$۳, \frac{٤}{۸}$

$۵, \frac{۱}{۰}$ → تعریف نشده ×

۶_

$f(x) = \dfrac{3x+1}{x-2}$ → ریشه مخرج = ۲ ; $3 = \dfrac{a}{c}$

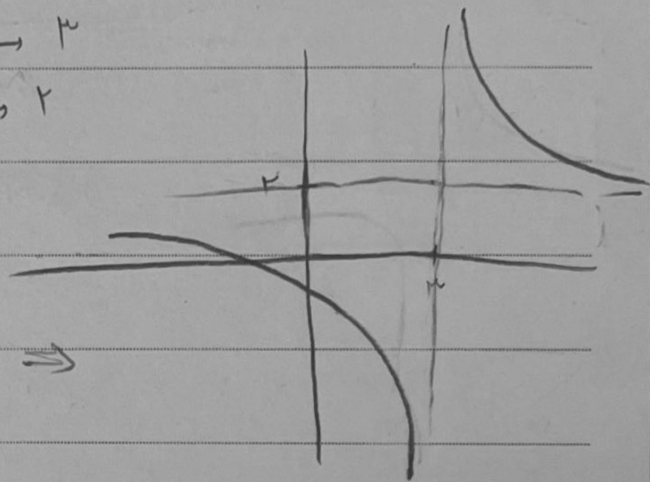
یک به یک است ✓



$x = \dfrac{3y+1}{y-2}$

$xy - 2x = 3y + 1 \to (x-3)y = 2x+1$

$y = f^{-1}(x) = \boxed{\dfrac{2x+1}{x-3}}$ → ۳ ، ۲

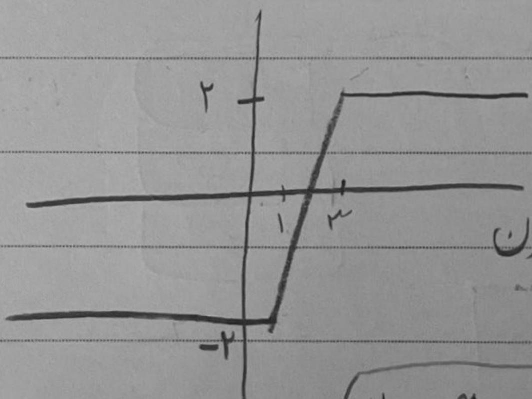


$f^{-1}(x)$ شکل ⇒

۷_

$y = |x-1| - |x-3|$

	۱		۳	
-2		$2x-4$		2



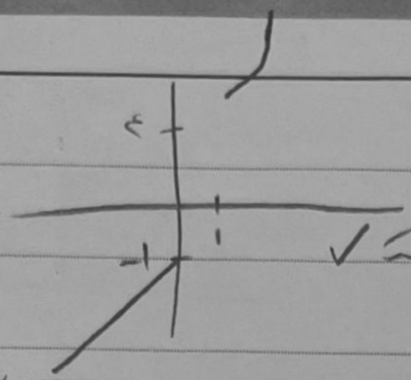
$[a,b] = [1,3]$

وارون ⇒ $2y - 4 = x \to y = \dfrac{x}{2} + 2$

$\boxed{y = \dfrac{x}{2} + 2 \to x \in [-2, 2]}$

۸ـ

$x^3+4 \rightarrow x \geq 1$



یک به یک است ✓

$y^3+4=x \rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}$

$4y-1=x \rightarrow y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$

۲

$$\boxed{f^{-1}(x)\begin{cases}\sqrt[3]{x-4} & x \geq 5\\ \frac{x+1}{4} & x \leq -1\end{cases}}$$

۹ـ

$$\frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-1-\cancel{3x^2}-3x}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3}=f(x)$$

$f^{-1}(x) \rightarrow \frac{-3y-1}{y+3}=x \rightarrow -3y-1=xy+3x$

۲

$(x+3)y=-3x-1$

$f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{ax+b}{2x+d} \rightarrow \boxed{d=6}$ $\boxed{a=-6}$ $\boxed{b=-2}$

$f^{-1}(b)=\frac{-3(-2)-1}{-2+3}=\boxed{5}$

Arman

10-

$$y = \frac{x}{x^2+1} = f(x) \to \frac{y}{y^2+1} = x$$

5

$$xy^2 + x = y \to xy^2 + x - y = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x} \qquad (I)\ 1-4x^2 \geq 0$$

$$1 \geq 4x^2 \to \frac{1}{4} \geq x^2$$

$$(I)\ x \to \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x} & 0 < x \leq \dfrac{1}{2} \\[2ex] \dfrac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} & -\dfrac{1}{2} \leq x < 0 \end{cases}}$$