یازدهم دفتری — "به نام خدا" — تکلیف ۱۱ — ستایش صدر — ۲۰

سوال ۱:

$f(x)=\begin{cases} x^3-4 ; x>a \\ 12x-20 ; x\leq a \end{cases}$ → (صعودیک / $\xrightarrow{}$)

$x^3-4=12x-20$

$x^3-12x+16=0$

$(a-2)^2(a+4)\geq 0$ — جدول: -4 ، 2 : $- \; + \; +$

$\boxed{a\geq -4}$

(۲)

سوال ۲:

$f^{-1}(2)=4 , f(x)=3x+k \to D_{f^{-1}}=R_f , R_{f^{-1}}=D_f \Rightarrow 3(4)+k=2 \to k=-10 \quad f(x)=3x-10$

الف) $f(7)=3(7)-10=\boxed{11}$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=\boxed{9x-40}$

(۲)

سوال ۳:

$f(x)=\frac{ax}{x-1} , A(2a,a)$

$D_{f^{-1}}=R_f , R_{f^{-1}}=D_f$

$\frac{a^2}{a-1}=2a \to a^2=2a^2-2a$

$a^2-2a=0 \to a=0 \to$ غ ق ق

$\boxed{a=2}$

(۲)

سوال ۴:

الف) $f\circ f^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ب) $f^{-1}\circ f=\{(3,3),(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $f\circ g^{-1}=\{(2,5),(5,6)\}$

$\hookrightarrow 6\to 8\to \times$

د) $g^{-1}\circ f=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

$\hookrightarrow 4\to 7\to \times$

(۲)

سوال ۵:

$g^{-1}=\{(1,2)(3,4)(5,6)\}$ $\quad f\circ g^{-1}=\{(1,4)(3,5)(5,0)\}$

$D_h \cap f\circ g^{-1}=\{1,3,5\}$

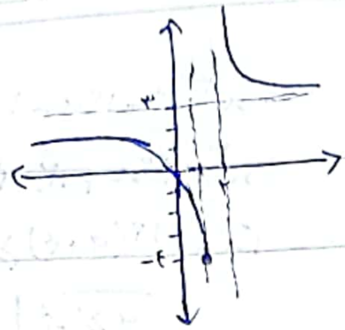
(۲)

$\frac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\frac{2}{4}),(3,\frac{4}{8}),(5,\frac{1}{0})\}=\{(1,\frac{2}{4})(3,\frac{4}{8})\}=\{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}$

($\frac{1}{0}$: غ ق ق)

س ۶: تابع هموگرافیک

$y=\frac{3x+1}{x-2}$



$x=2$ ریشه مخرج → مجانب قائم

افقی $y \Rightarrow \frac{a}{c}=3$

$x=1 \to y=-4$

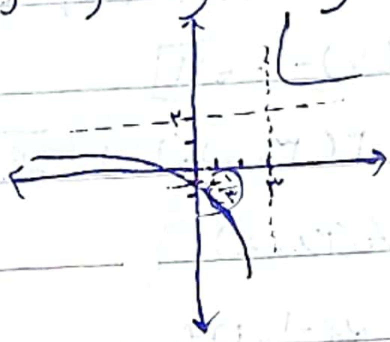
$y=\frac{3x+1}{x-2} \to 3x+1=yx-2y \quad x(y-3)=2y+1 \to x=\frac{2y+1}{y-3}$

$\to f(x)^{-1}=\frac{2x+1}{x-3}$

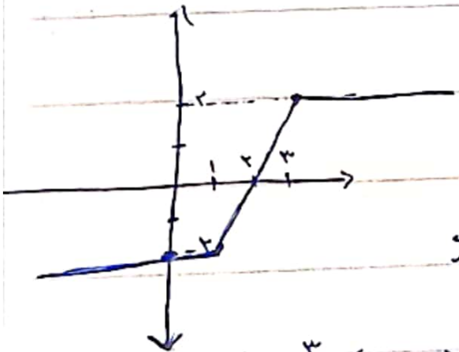
$x=3$ جانب قائم

افقی $y=2$

$x=0 \to y=-\frac{1}{3}$



س ۷:

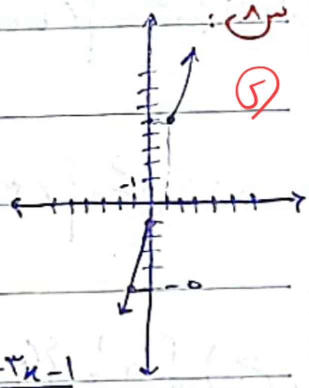


دامنه $[1,3]$ داریم:

$y=2x-4 \to x=\frac{y+4}{2} \to y=\frac{x+4}{2} \to f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}$

س ۸:

$$f(x)=\begin{cases} x^3+4 \; ; \; x\geq 1 & \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & 5 & 12 \end{array} \to R=[5,+\infty) \\ 4x-1 \; ; \; x\leq 0 & \begin{array}{c|cc} x & 0 & -1 \\ y & -1 & -5 \end{array} \to R=(-\infty,-1] \end{cases}$$



$y=x^3+4 \to x=\sqrt[3]{y-4} \to f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-4}$

$y=4x-1 \to x=\frac{y+1}{4} \to f^{-1}(x)=\frac{x+1}{4}$

$$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} \; ; \; x\geq 5 \\ \frac{x+1}{4} \; ; \; x\leq -1 \end{cases}$$

س ۹:

$x^2-\frac{(x+1)^3}{x-3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-3x-3x^2-1}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3} \Rightarrow f(x)=\frac{-3x-1}{x+3}$

$y=\frac{-3x-1}{x+3} \to yx+3y=-3x-1 \to x(y+3)=-1-3y \to x=\frac{-3y-1}{y+3} \to f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}$

$\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{ax+b}{2x+a} \to \begin{cases} a=-6 \\ b=-2 \\ x=6 \end{cases} \quad f^{-1}(b)=\frac{-3(-2)-1}{(-2)+3}=\frac{5}{1}=5$

س ۱۰:

$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \Rightarrow y=\frac{x}{x^2+1} \to yx^2-x+y=0 \to [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ برد $\to [-1,1]$ برد f^{-1}

$[-1,1]$ دامنه $\quad [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ دامنه f^{-1}

$yx^2-x+y=0 \to \frac{1\pm\sqrt{1-4y^2}}{4y} \xrightarrow{y\neq 0} g^{-1}=\frac{1(+)\sqrt{1-4x^2}}{2x} \to f^{-1}(y) \Rightarrow ; x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

$\Delta=1-4y^2$

چون x و y هم علامت اند

پس فقط (+) قبول

$\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x}$