نام و نام خانوادگی ...ملیکا کریمی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم تجربی C...

۱

$f(x) = \begin{cases} x^۳-۴ & : x>a \\ ۱۲x-۲۰ & ; x\leq a \end{cases}$ → هر دو ضابطه صعودی → $\underset{\text{کمترین مقدار}}{x^۳-۴} \geq \underset{\text{بیشترین مقدار}}{۱۲x-۲۰}$

→ کمترین مقدار $x^۳-۴ = a^۳-۴$

بیشترین مقدار $۱۲x-۲۰ = ۱۲a-۲۰$

$a^۳-۴ \geq ۱۲a-۲۰ \rightarrow a^۳\underbrace{-۱۲a}_{-۴a-۸a}+۱۶\geq ۰ \rightarrow a\underbrace{(a^۲-۴)}_{(a-۲)(a+۲)}-۸(a-۲)\geq ۰$

$\Rightarrow (a-۲)(a^۲+۲a-۸)\geq ۰ \rightarrow (a-۲)^۲(a+۴)\geq ۰$

$$\begin{array}{ccccc} & -۴ & & ۲^* & \\ \hline - & \phi & + & \phi & + \end{array}$$

$\Rightarrow \boxed{a\in[-۴,+\infty)}$

۲

$f(x)=۳x+k$

$f^{-۱}(۲)=۴ \rightarrow f(۴)=۲$

$۲=۳\times ۴+k \rightarrow k=-۱۰ \Rightarrow f(x)=۳x-۱۰$

الف) $f(۷) = ۳\times ۷-۱۰ = \boxed{۱۱}$

ب) $f(f(x)) = ۳(۳x-۱۰)-۱۰ = \boxed{۹x-۴۰}$

۳

$f(x) = \dfrac{ax}{x-۱}$

$A(۲a,a) \rightarrow f^{-۱}(۲a)=a \rightarrow f(a)=۲a$

$۲a = \dfrac{a^۲}{a-۱} \rightarrow ۲a^۲-۲a=a^۲$

$\Rightarrow a^۲-۲a=۰ \rightarrow \boxed{a=۲}$

$\searrow a=۰$ غ‌ق‌ق

(چون تابع یک به یک نمی‌شود (تبدیل به تابع ثابت می‌شود))

۴

$f=\{(۳,۵)(۴,۷)(۷,۲)\cdot(۹,۶)\} \rightarrow f^{-۱}=\{(۵,۳)(۷,۴)(۲,۷)(۶,۹)\}$

$g=\{(۳,۲)(۸,۶)(۹,۵)\} \rightarrow g^{-۱}=\{(۲,۳)(۶,۸)(۵,۹)\}$

الف) $fof^{-۱}=\{(۵,۵)(۷,۷)(۲,۲)(۶,۶)\}$

ب) $f^{-۱}of=\{(۳,۳)(۴,۴)(۷,۷)(۹,۹)\}$

ج) $fog^{-۱}=\{(۲,۵)(۵,۶)\}$

د) $g^{-۱}of=\{(۳,۹)(۹,۸)\}$

۵

$f=\{(۲,۴)(۴,۸)(۶,۰)\}$

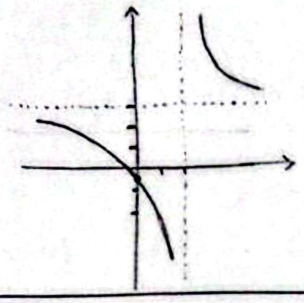
$g=\{(۲,۱)(۴,۳)(۶,۵)\} \rightarrow g^{-۱}=\{(۱,۲)(۳,۴)(۵,۶)\}$

$\Rightarrow fog^{-۱}=\{(۱,۴)(۳,۸)(۵,۰)\}$

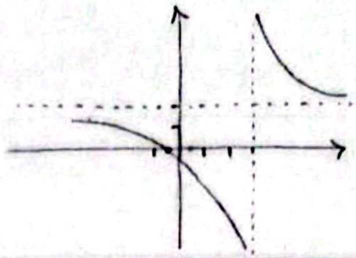
$h=\{(۱,۲)(۳,۴)(۴,۱)(۵,۱)\}$

$\boxed{\dfrac{h}{fog^{-۱}} = \{(۱,\tfrac{۱}{۲})(۳,\tfrac{۱}{۲})\}}$

$y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\qquad f^{-1}(x): \quad x = \frac{3y+1}{y-2} \to \boxed{y = \frac{2x+1}{x-3}}$

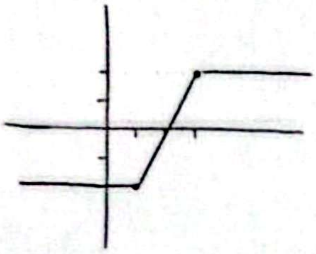


⇒ یک به یک است



۶

$f(x) = |x-1| - |x-3|$



⇒ حداکثر $[a,b] = [1,3] \to f(x) = 2x-4 \ ; \ x \geqslant -2$

$f^{-1}(x): \quad x = 2y-4 \to y = \frac{x+4}{2}$ ↗ $\frac{x+4}{2} \geqslant 1 \to x \geqslant -2$ ↘ $\frac{x+4}{2} \leqslant 3 \to x \leqslant 2$

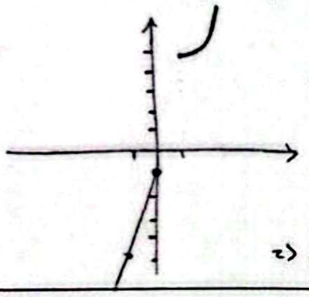
$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2} \ ; \ -2 \leqslant x \leqslant 2}$

۷

$f(x) = \begin{cases} x^3+4 \ ; & x \geqslant 1 \\ 4x-1 \ ; & x \leqslant 0 \end{cases}$

$f(x) = x^3+4 \to D_f = [1,+\infty) \ , \ R_f = [5,+\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x): \quad x = y^3+4 \to y = \sqrt[3]{x-4} \ ; \ x \geqslant 5$



⇒ یک به یک است

$f(x) = 4x-1 \to D_f = (-\infty,0] \ , \ R_f = (-\infty,-1]$

$: \quad x = 4y-1 \to y = \frac{x+1}{4} \ ; \ x \leqslant -1$

$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-4} \ ; & x \geqslant 5 \\ \frac{x+1}{4} \ ; & x \leqslant -1 \end{cases}}$

۸

$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} = \frac{x^3+3x^2-x^3-1-3x^2-3x}{x+3} = \frac{-3x-1}{x+3}$

$\Rightarrow y = \frac{-3x-1}{x+3} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{-3y-1}{y+3} \to y = \frac{-3x-1}{x+3} = \frac{-6x-2}{2x+6}$

$f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{2x+d} \quad \Rightarrow \frac{ax+b}{2x+d} = \frac{-6x-2}{2x+6} \to a = -6 \ , \ b = -2 \ , \ d = 6$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-3x-1}{x+3} \to f^{-1}(b) = f^{-1}(-2) = \frac{+6-1}{-2+3} = \boxed{5}$

۹

$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \to yx^2 - x + y = 0 \to x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4y^2}}{2y} \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{[illegible]}} x = \frac{1+\sqrt{1-4y^2}}{2y}$

$\Rightarrow f^{-1}(x): \quad \boxed{y = \frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} \ ; \ -\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2} \ , \ x \neq 0}$

۱۰