نام و نام خانوادگی: آیین عظیمی   کلاس: ۱۱   ۲۰   درس: ریاضی یازدهم ریاضی

1

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & x>a \\ 12x-20 & x\le a \end{cases} \Rightarrow$$ هر دو از راست صعودی هستند $\rightarrow$ کمترین مقدار x^3-4 $\geq$ بیشترین مقدار $12x-20$

$a^3-4 \geq 12a-20$

$a^3-12a+16 \geq 0$

$a^3-4a-8a+16 \geq 0$

$a(a^2-4)-8(a-2) \geq 0$

$(a-2)(a^2+2a-8) \geq 0$

$(a-2)(a+4)(a-2) \geq 0$

$(a-2)^2(a+4) \geq 0$

$-4 \quad 2$

$- \quad + \quad +$

$\boxed{a\in[-4,+\infty)}$

2

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=3x+k \\ f^{-1}(2)=4 \end{array}\right\} \rightarrow f^{-1}(2)=4 \rightarrow f(4)=2 \rightarrow 3(4)+k=2 \rightarrow f(x)=3x-10$$

$12+k=2$

$\underline{k=-10}$

الف) $f(7) \xrightarrow{3x-10} f(7)=21-10=11$

ب) $f(f(x)) \rightarrow f(3x-10) = 3(3x-10)-10 = 9x-30-10 = \boxed{9x-40}$

3

$A\begin{bmatrix}2a\\a\end{bmatrix} \rightarrow f^{-1}(2a)=a$

$f(x)=\dfrac{ax}{x-1} \qquad f(a)=2a \Rightarrow f(a)=\dfrac{a^2}{a-1}=2a \rightarrow$

$a^2=2a(a-1)$

$a^2=2a^2-2a$

$a^2-2a=0$

$a(a-2)=0$

$a=0$ غ ق ق $\rightarrow f(x)=0$ به یک به یک نیست

$\boxed{a=2}$

4

$f:\{(3,5)(4,7)(7,2)(9,6)\} \rightarrow f^{-1}(x):\{(5,3)(7,4)(2,7)(6,9)\}$

$g:\{(3,2)(8,6)(9,5)\} \rightarrow g^{-1}(x):\{(2,3)(6,8)(5,9)\}$

الف) $f\circ f^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$ ج) $f\circ g^{-1}=\{(2,5)\cancel{(6}\,(5,6)\}$

ب) $f^{-1}\circ f=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$ د) $g^{-1}\circ f=\{(3,9)\cancel{(4}\,(7,3)(9,8)\}$

5

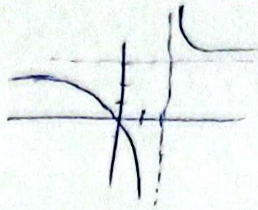
$f=\{(2,4)(4,8)(6,10)\}$ $\qquad g^{-1}(x)=\{(1,2)(3,4)(5,6)\}$

$g=\{(2,1)(4,3)(6,5)\}$ $\qquad \dfrac{h}{f\circ g^{-1}} \rightsquigarrow \quad f\circ g^{-1}:\{(1,4)(3,8)(5,10)\}$ اشتراک دامنه‌ها: $\{1,3,5\}$

$h:\{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$

$h=\{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$ $\qquad \Rightarrow \dfrac{(1,2)(3,4)(5,1)}{(1,4)(3,8)(5,10)} = \boxed{\{(1,\tfrac{1}{2})(3,\tfrac{1}{2})\}}\ \cancel{(5,\tfrac{1}{10})}$

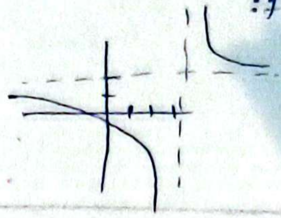
$y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ تست خط ✓ → مجانب افقی $= 2$, عمودی $= 2$, $f(0) = -\frac{1}{2}$



$: f(x)$ ۲) ۶

معکوس : $\dfrac{2y+1}{y-2} = x \rightarrow y = -\dfrac{-2x-1}{x-2} = \boxed{\dfrac{2x+1}{x-2} = y} : f^{-1}(x)$

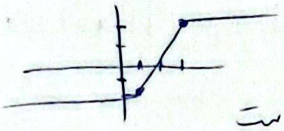
افقی $= 2$, عمودی $= 2$, $f(0) = -\frac{1}{2}$



$: f^{-1}(x)$

$f(x) = |x-1| - |x-3|$ ۲)

$x \in [a,b]$



در بازه → $[1,3] = [a,b]$ وارون پذیر است

→ نقاط : $(1,-2), (3,2)$ ۷

$m = \frac{2+2}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$

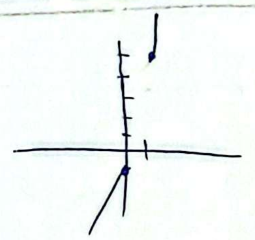
$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 2(x-3)$

$f^{-1}(x) : x = 2y - 4$

$\boxed{\dfrac{x+4}{2} = y \ , \ x \in [-2,2]}$ ← $f(x) = y = 2x - 4 \ , \ x \in [1,3]$

$R_f : [-2,2]$

$f(x) \begin{cases} x^2 + 4 & x \geq 1 \\ 4x - 1 & x \leq 0 \end{cases} \rightarrow$



تست خط ✓ ۲) ۸

$f(x) : \rightarrow x^2+4$ $\quad D : [1, +\infty)$, $R : [5, +\infty)$ $\quad f^{-1}(x) : x = y^2 + 4$, $y = \sqrt{x-4}$

$f(x) : \rightarrow 4x - 1$ $\quad D : (-\infty, 0]$, $R : (-\infty, -1]$ $\quad f^{-1}(x) : x = 4y - 1$, $y = \dfrac{x+1}{4}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) \begin{cases} \sqrt{x-4} & x \geq 5 \\ \dfrac{x+1}{4} & x \leq -1 \end{cases}$

$\rightarrow \cancel{x^3} + \cancel{3x^2} - \cancel{x^3} - 1 - \cancel{3x^2} - 3x$

$f(x) = x^2 - \dfrac{(x+1)^3}{x+3} = \dfrac{x^3 + 3x^2 - (x^3 + 1 + 3x^2 + 3x)}{x+3} = \dfrac{-1-3x}{x+3}$ ۲) ۹

$\dfrac{b - dx}{2x - a} = \dfrac{-1-3x}{x+3}$ $\quad d \times 2$

$f^{-1}(x) = \dfrac{ax+b}{2x+d} = y \rightarrow f(x) : \dfrac{ay+b}{2y+d} = x \rightarrow y = -\dfrac{dx-b}{2x-a} = \dfrac{b-dx}{2x-a}$

$\dfrac{b-dx}{2x-a} = \dfrac{-2-6x}{2x+6}$

$f^{-1}(-2) = \dfrac{-3(-2)-1}{-2+3} = 5 \leftarrow f^{-1}(x) = \dfrac{-3x-1}{x+3} \leftarrow f^{-1}(x) = \dfrac{-6x-2}{2x+6} \longleftarrow b = -2, \ d = 6, \ a = -6$

$f(x) = \dfrac{x}{x^2+1} \rightarrow f^{-1}(x) : x = \dfrac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2 + x = y$ ۲) ۱۰

$xy^2 - y + x = 0$

$y = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4x^2}}{2x}$ غ ق ق

شرط : $1 - 4x^2 \geq 0$

$4x^2 \leq 1$

$x^2 \leq \frac{1}{4}$

$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$

$\boxed{f^{-1}(x) = \dfrac{1 + \sqrt{1 - 4x^2}}{2x} \ , \ x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad x \neq 0}$ ⟸ y, x هم علامت