نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ..... تاریخ .....

۱

$x^3 - 4 = 12x - 20 \rightarrow x^3 - 12x + 16 \rightarrow (x-2)^2(x+4) \geq 0$

$\rightarrow x \geq -4$

$(x^2 - 4x + 2)(x + 4)$

۲

$f(4) = 2 \rightarrow f(4) = 12 + k = 2 \Rightarrow k = -10$

الف) $f(7) \rightarrow f(7) = 21 - 10 = 11$

ب) $f(f(x)) \rightarrow f(3x - 10) = 3(3x - 10) - 10 = 9x - 40$

۳

$2a = \frac{a^2}{a-1} \rightarrow 2a^2 - 2a = a^2 \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \rightarrow a(a-2) = 0$

یا $a = 0$

$a = 2$

۴

الف) $f \circ f^{-1} \rightarrow f(f^{-1}(x)) = \{(5,5), (7,7), (3,3), (9,9)\}$

ب) $f^{-1} \circ f \rightarrow f^{-1}(f(x)) = \{(3,3), (4,4), (7,7), (9,9)\}$

ج) $f(g^{-1}(x)) \rightarrow \{(2,5), (5,9)\}$

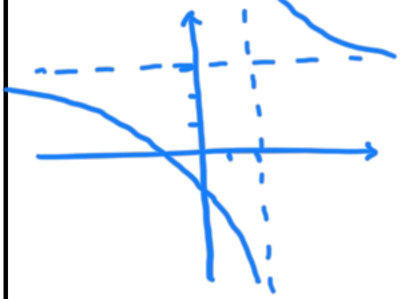
د) $g^{-1} \circ f \rightarrow g^{-1}(f(x)) \rightarrow \{(3,9), (7,3), (9,1)\}$

۵

$f \circ g^{-1} \rightarrow f(g^{-1}(x)) = \{(1,4), (3,1), (5,5)\}$

$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{4})\}$

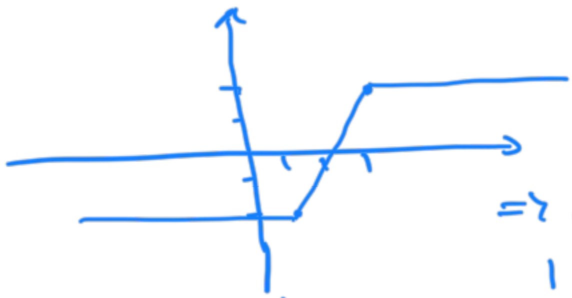
$y=\frac{3x+1}{x-2}$ هموگرافیک — یک به یک، پس معکوس می‌شود



$x=\frac{3y+1}{y-2} \to y=-\frac{(-2x-1)}{x-3} \to y^{-1}=\frac{2x+1}{x-3}$

۶

$f(x)=|x-1|-|x-3|$ آبشاری



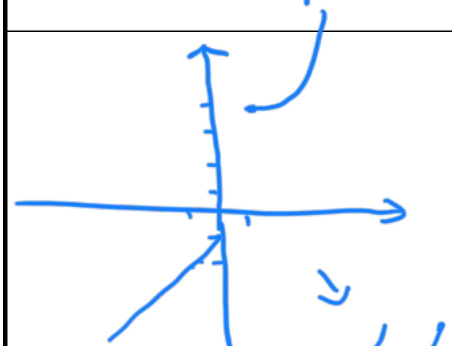
$\Rightarrow [a,b]=[1,3]$

$1\le x<3:\ 2x-4 \Rightarrow y=2x-4$ → وارون

$x=2y-4$

$y^{-1}=\frac{x+4}{2}$

۷



یک به یک و قابل وارون شدن

$x\ge 1 \to y=x^3+4 \to y\ge 5$

$\to x=y^3+4 \Rightarrow y^{-1}=\sqrt[3]{x-4}$ ، $x\ge 5$

$x\le 0 \to y\le x-1 \to y\le -1 \to y^{-1}=\frac{x+1}{4}$ ، $x\le -1$

$$y^{-1}\begin{cases} x\ge 5: & \sqrt[3]{x-4} \\ x\le -1: & \frac{x+1}{4}\end{cases}$$

۸

$y=\frac{x^2(x+3)-(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-1-3x^2-3x}{x+3}$

$\Rightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3}$ وارون $x=\frac{-3y-1}{y+3} \to yx+3x=-3y-1$

$\to y^{-1}=\frac{-3x-1}{x+3} \to a=-6,\ d=6,\ b=-2$ $\}\ f(-2)^{-1}=\frac{6-1}{1}=5$

۹

$x=\frac{y}{y^2+1} \to xy^2+x=y \to xy^2-y+x=0$

$\to y^{-1}=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$ معکوس ($x\ne 0$) $y^{-1}=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x},\ x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

فقط + چون x و y هم‌علامت‌اند

۱۰