۲۰ اِلیسا جلالی کلاس یازدهم ۱۱

۱-

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & x>a \longrightarrow (a^3-4,+\infty) \\ 12x-20 & x\le a \longrightarrow (-\infty, 12a-20] \end{cases}$$

اشتراک برد ها باید تهی باشد

۵

$a^3-4 \geq 12a-20$ $\quad$ $a^3-12a+16\geq 0$

$a^3-16a+4a+16\geq 0$

$\underbrace{a(a^2-16)}_{a(a+4)(a-4)}+4(a+4)\geq 0$

$(a+4)(a^2-4a+4)\geq 0$ $\quad$ $(a+4)(a-2)^2\geq 0$

	-4		2	
$-$		$+$		$+$

$a\in[-4,+\infty)$

۲-

۴

$f^{-1}(2)=4 \Rightarrow f(4)=2=12+b \quad b=-10$

$f(x)=3x-10$

الف) $f(7)=11$

ب) $f(f(x))=f(3x-10)=3(3x-10)-10=9x-40$

۳-

۵

$f^{-1}(2a)=a \quad f(a)=2a=\frac{a^2}{a-1} \quad 2a^2-2a=a^2$

$a^2-2a=0 \quad a(a-2)=0$

$a=0 \rightarrow$ در این صورت تابع f تابعیت ندارد که وارون پذیر باشد پس $a=0$ غ ق ق

$\boxed{a=2}$

۴-

۵

$f(x)=\{(3,5)(4,7)(7,2)(9,6)\}$ $\quad$ $f^{-1}(x)=\{(5,3)(7,4)(2,7)(6,9)\}$

$g(x)=\{(3,2)(8,6)(9,5)\}$ $\quad$ $g^{-1}(x)=\{(2,3)(6,8)(5,9)\}$

الف) $fof^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $f^{-1}of=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $fog^{-1}=\{(2,5)(5,6)\}$

د) $g^{-1}of=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

-۵

$f(x) = \{(2,4)(3,8)(6,0)\}$ $\quad g^{-1}(x) = \{(1,2)(3,3)(5,6)\}$

$h(x) = \{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$

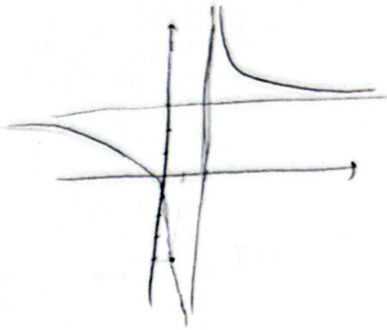
$\frac{h}{fog^{-1}} = \{(1, \frac{2}{4})(3, \frac{4}{8})(5, \cancel{\frac{1}{0}})\} = \{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})\}$

$D_{fog^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}}, g^{-1}(x) \in D_f\} = \{1,3,5\} \cap \{1,3,5\} = \{1,3,5\}$

$D = D_{fog^{-1}} \cap D_h = \{1,3,5\}$

-۶

$y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\quad$ مجانب افقی $= 3$ $\quad$ مجانب قائم $= 2$

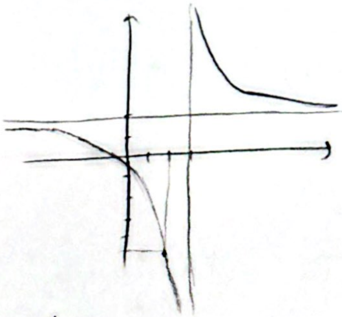


یک به یک است

$x = \frac{3y+1}{y-2}$ $\quad y = -\frac{-2x-1}{x-3} = \frac{2x+1}{x-3}$

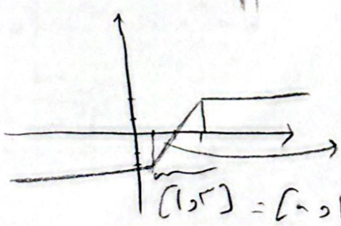
مجانب افقی $= 2$

مجانب قائم $= 3$



-۷

$y = |x-1| - |x-2|$



$[1,2] = [a,b]$ $\quad x-1+x-3 = 2x-4 = y$

$2y-4 = x$ $\quad y = \frac{x+4}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + 2$

-۸

$f(x) = \begin{cases} x^3+4 & x \geq 1 \to [5,+\infty) \\ 2x-1 & x \leq 0 \; (-\infty,-1] \end{cases}$ → اشتراک برد ها تهی است

$y^3+4 = x$ $\quad y = \sqrt[3]{x-4}$, $x \geq 5$

$2y-1 = x$ $\quad y = \frac{x+1}{2}$ $\quad x \leq -1$

$\to f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & x \geq 5 \\ \frac{x+1}{2} & x \leq -1 \end{cases}$

$f(x) = x^۲ - \frac{(x+۱)^۳}{x+۳} = \frac{\cancel{x^۳} + \cancel{۳x^۲} - \cancel{x^۳} - \cancel{۳x^۲} - ۳x - ۱}{x+۳} = \frac{-۳x-۱}{x+۳}$

$x = \frac{-۳y-۱}{y+۳}$ $\quad y = -\frac{۳x+۱}{x+۳} = \frac{-۳x-۱}{x+۳} = \frac{-۶x-۲}{۲x+۶}$ $\quad a = -۶ \quad d = ۶$

$b = -۲$

$f^{-1}(b) = \frac{-۶b-۲}{۲b+۶} = c$

۵

$f(x) = \frac{x}{x^۲+۱}$ $\quad x = \frac{y}{y^۲+۱}$ $\quad xy^۲ + x = y$ $\quad xy^۲ - y + x = ۰$ ۱۰-

$R_f: yx^۲ + y = x \quad y \neq ۰$ $\quad yx^۲ - x + y = ۰$ $\quad y = \frac{۱ + \sqrt{۱ - ۴x^۲}}{۲x} ; \; |x| \leq \frac{۱}{۲}$

$x = \frac{۱ \pm \sqrt{۱ - ۴y^۲}}{۲y}$ $\quad ۱ - ۴y^۲ \geq ۰$

چون x و y هم علامتند

$۴y^۲ \leq ۱ \quad y^۲ \leq \frac{۱}{۴}$

$|y| \leq \frac{۱}{۲} \Rightarrow D_{f^{-1}}$

۵