Subject: تکلیف شماره ۱۰ Date: ......

محمد مختاری

(۱) مقادیر n را طوری تعیین کنید که توابع یک به یک شوند؟

الف) $f = \{(4,2), (n,5), (3, n^2-n), (m,2), (-1,4)\}$

ب) $f \{(-1,1), (1,2), (2,3), (a, m-1), (a+2, n), (m,3)\}$

$n^2-n=2 \qquad n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1)=0$

$\boxed{n=2}$ $n=-1$ غ ق ق $\qquad \boxed{m=3}$

$m=2 \to m-1 = 2-1 = 1 \quad (a,1) \Rightarrow a=-1$

$a=-1 \to a+2 \to -1+2=1 \to (1,n) \quad \boxed{n=2}$

(۲) تابع یک به یک حدود a را تعیین کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x \geq 1 \\ x+a, & x<1 \end{cases}$$

$x=1 \qquad x+a<3$

$1+a \leq 3$

$\boxed{a \leq 1}$

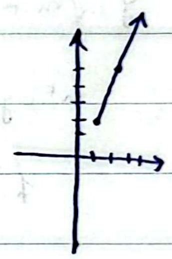
۳ چون بازه باز است

به صورت $(x+a)$

$(-\infty, 1+a)$ باشد

و $1+a=3$ باشد.

$a=1$



(۳)

$$f(x) \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ ax+a-1, & x<0 \end{cases}$$

برد $3x-1$ $[2,+\infty)$ است

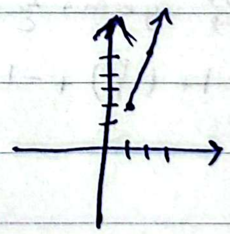
برای این که تابع یک به یک باشد

پس شیب خط باید + باشد

$$\begin{cases} a>0 \\ a-1<2 \to a<3 \end{cases}$$

این ۲ ضابطه نباید اشتراکی داشته باشد.

اشتراک $\to$ $\boxed{0<a<3}$



(۴) معکوس تابع را در صورت یک به یک بودن بنویسید.

الف) $y = x^3+2$

$y_1 = y_2 \to x_1 = x_2$

$x_1^3+2 = x_2^3+2 \qquad x_1 = x_2$

$x^3 = y-2 \qquad x = \sqrt[3]{y-2}$

$f^{-1}(x) = g = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $y = x^2-4x+2$

$y_1 = y_2 \to x_1 = x_2$

$x_1^2-4x_1+2 = x_2^2-4x_2+2$

$x_1 = \pm x_2$

یک به یک ×

⑤

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ ب) $y=\frac{4+3x}{x+2}$

$yx-2y=3x+1 \rightarrow x(y-3)=2y+1$

$x=\frac{2y+1}{y-3} \rightarrow y=\frac{2x+1}{x-3}$

$f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

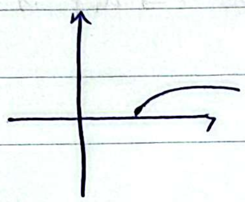
$\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow ad=bc$

$2\times 3=4\times 1$

هموگرافیک $\times$

⑥

الف) $y=\sqrt{x-3}$



$y=\sqrt{x-3}$ $x=\sqrt{y-3}$

$x^2=y-3 \rightarrow y=x^2+3 \xRightarrow{x\geq 0}$

$f^{-1}(x)=x^2+3 \quad x\geq 0$

ب) $y=x^2-4x+3 \quad x\in[2,+\infty)$

$y=(x-2)^2-1 \rightarrow x-2=\pm\sqrt{y+1}$

غ ق ق $\leftarrow x=\ominus\sqrt{y+1}+2$

$f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$

⑦ حاصل $a+2b+4c=1$

وارون $\leftarrow f(x)=x+\sqrt{x}$ در بازه $(0,+\infty)$ $\Big\} \rightarrow f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$y=x+\sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} \rightarrow x+\frac{1}{4}=(\sqrt{y}+\frac{1}{2})^2 \rightarrow \sqrt{y}=\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\text{توان دو}} y=x+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \Rightarrow f^{-1}(x)=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$1+(\frac{2}{2})+-1=1$ $a=1 \quad b=\frac{1}{2} \quad c=-\frac{1}{4}$

⑧

$f(x_1)=f(x_2) \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \xrightarrow[\text{دو هم علامت}]{\text{توان}} \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2}$

$x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_2^2x_1^2-2x_2^2 \rightarrow x_1^2=x_2^2$ $x_1=\pm x_2 \rightarrow$ غ ق ق

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2 \rightarrow y^2x^2-y^2=2x^2$

$y^2(x^2-1)=2x^2$

$y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}$ $y=\ominus\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}$

غ ق ق علامت x و y یکی

$\frac{27 + -\cdot}{15} = -$

Subject: .... Date: ....

Mo | Tu | We | Th | Fr | Sa | Su

۹

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$ $\quad g(x) = \sqrt{x} - 1$ $\quad$ جاسطاوردن g $= -\frac{2}{5}$ $\quad$ بر g $= -\frac{2}{5}$

$\sqrt{x} - 1 = -\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \quad x = \frac{9}{25}$

$f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = ?$

$-\frac{2}{5} =$ نانه $f \rightarrow -\frac{2}{5}$ به f بردواردن

$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x = -2 - 2|x| \Rightarrow 5x = -2 + 2x$

$3x = -2 \rightarrow \boxed{x = -\frac{2}{3}}$

$\boxed{\frac{9}{25} + -\frac{2}{3} = -\frac{23}{75}}$

۱۰

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$

$g^{-1}(12) = ?$

$y = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x^3 = y - 1 \Rightarrow x^3 + 1 = y$

$f(x) = x^3 + 1$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12$

$f(x) = 9 \quad x^3 + 1 = 9 \quad x^3 = 8 \quad \boxed{x = 2}$