Subject: تکلیف شماره ۱۰ Date: ۲۰ محمد مختاری

Mo Tu We Th Fr Sa Su

① مقادیر n را طوری تعیین کنید که توابع یک به یک شوند؟

الف) $f = \{(4,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$ ۲

ب) $f\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$n^2-n=2 \qquad n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1)=0$

$\boxed{n=2}$ $n=-1$ غ‌ق‌ق $\qquad \boxed{m=3}$

$m=2 \to m-1=2-1=1 \quad (a,1) \to a=-1$

$a=-1 \to a+2 \to -1+2=1 \to (1,n)\ \boxed{n=2}$

② تابع یک به یک حدود a را تعیین کنید.

$f(x)=\begin{cases} 3x, & x\geq 1 \\ x+a, & x<1 \end{cases} \qquad x=1 \qquad x+a<2$

$1+a\leq 2$

$\boxed{a<1}$

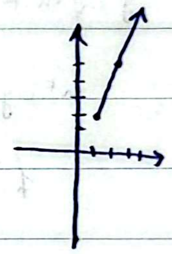
چون بازه باز است

به صورت $(x+a)$

$(-\infty,1+a)$ باشد

و $1+a=2$ باشد.

$a=1$



۲

③

$f(x)\begin{cases} 3x-1, & x\geq 1 \\ ax+a-1, & x<0 \end{cases}$

برد $3x-1$ $[2,+\infty)$ است

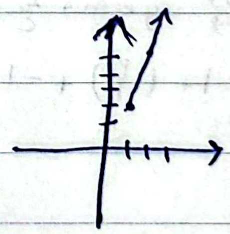
برای این که تابع یک به یک باشد

پس شیب خط باید + باشد

این ۲ ضابطه نباید اشتراکی داشته باشد.

$\begin{cases} a>0 \\ a-1<2 \to a<3 \end{cases}$

اشتراک $\to$ $\boxed{0<a<3}$



۲

④ معکوس تابع را در صورت یک به یک بودن بنویسید.

الف) $y=x^3+2$

$y_1=y_2 \to x_1=x_2$

$x_1^3+2=x_2^3+2 \quad x_1=x_2$

$x^3=y-2 \quad x=\sqrt[3]{y-2}$

$f^{-1}(x)=y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $y=x^2-4x+2$

$y_1=y_2 \to x_1=x_2$

$x_1^2-4x_1+2=x_2^2-4x_2+2$

$x_1=\pm x_2$

یک به یک ×

۲

PINE NOTEBOOK

۵) الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ ب) $y = \frac{4+3x}{x+2}$

$yx - 2y = 3x + 1 \rightarrow x(y-3) = 2y+1$

$x = \frac{2y+1}{y-3} \rightarrow y = \frac{2x+1}{x-3}$

$\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow ad = bc$

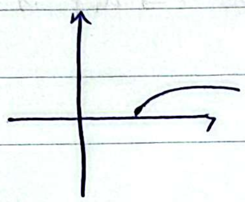
$2\times 3 = 4\times 1$

α همواره است X

د

$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

۶) الف) $y = \sqrt{x-3}$



ب) $y = x^2 - 4x + 3 \quad x \in [2, +\infty)$

$y = \sqrt{x-3} \qquad x = \sqrt{y-3}$

$x^2 = y - 3 \rightarrow y = x^2 + 3 \xrightarrow{x \geq 0}$

$f^{-1}(x) = x^2 + 3 \quad x \geq 0$

$y = (x-2)^2 - 1 \rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{y+1}$

ق ق غ $x = \pm\sqrt{y+1} + 2$

$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}$

د

۷) $1 = a + 2b + 4c$ محاسبه

وارون $\rightarrow f(x) = x + \sqrt{x}$ در بازه $(0, +\infty)$ $\} \rightarrow f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$

$y = x + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\text{توان دو}} y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} \Rightarrow f^{-1}(x) = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$1 + 2(\frac{1}{2}) + 4(-\frac{1}{4}) = 1$ $\qquad a = 1 \quad b = \frac{1}{2} \quad c = -\frac{1}{4}$

د

۸)

$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 2}} \xrightarrow[\text{هم علامت}]{\text{توان}} \frac{x_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 2}$

د

$x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \qquad x_1 = \pm x_2 \rightarrow$ ق ق غ

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 2}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 2} \Rightarrow x^2 y^2 - 2x^2 = y^2 \rightarrow y^2 x^2 - y^2 = 2x^2$

$y^2 (x^2 - 1) = 2x^2$

$y^2 = \frac{2x^2}{x^2 - 1} \qquad y = \pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2 - 1}}$

ق ق غ ، علامت x و y یکی

Subject: .... Date: $\frac{27+-10}{15} = \text{—}$

Mo | Tu | We | Th | Fr | Sa | Su

۹

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$ $g(x) = \sqrt{x}-1$ طول‌داران g $= -\frac{2}{5}$ برد $g = -\frac{2}{5}$

$\sqrt{x}-1 = -\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5}$ $x = \frac{9}{25}$

$f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = ?$

۲

$-\frac{2}{5} =$ دامنه f $\rightarrow$ $-\frac{2}{5}$ برد وارون f

$\frac{9}{5} + -\frac{2}{3} = \frac{-23}{75}$

$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x = -2-2|x| \Rightarrow 5x = -2+2x$

$3x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{3}$

۱۰

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$ $y = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow x^3+1 = y$

۲

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ $f(x) = x^3+1$

$g^{-1}(12) = ?$ $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} = 12$

$g_{(x)}^{3}$ $f(x) = 9$ $x^3+1 = 9$ $x^3 = 8$ $x = 2$

PINE NOTEBOOK

Scanned with CamScanner